Courbes de Bezier

COURBES DE BEZIER

► Fonctions polynômes de Bernstein

n et i étant deux entiers naturels donnés tels que $i \leq n$, on appelle fonctions polynômes de Bernstein les fonctions $B_{n,i}$ définies par :

$$B_{n,i}(t) = C_n^i t^i (1-t)^{n-i} \text{ où } C_n^i = \binom{n}{i} = \frac{n!}{i!\,(n-i)!}.$$

Remarque : $\displaystyle\sum_{i=0}^{i=n} B_{n,i}(t) = \sum_{i=0}^{i=n} C_n^i t^i (1-t)^{n-i} = 1.$

► Courbes de Bézier

On appelle courbe de Bézier associée aux n + 1 « *points de contrôle* » A_0, A_1, A_2 .... A_n, l'ensemble des points M du plan vérifiant :

$$\overrightarrow{OM(t)} = \sum_{i=0}^{i=n} B_{n,i}(t)\overrightarrow{OA_i}\text{ , t est un réel tel que } t \in [0\,;\,1].$$

(x_i, y_i) étant les coordonnées respectives des points A_i, la courbe de Bézier associée aux points A_i admet pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x(t) = \displaystyle\sum_{i=0}^{i=n} x_i B_{n,i}(t) \\ y(t) = \displaystyle\sum_{i=0}^{i=n} y_i B_{n,i}(t) \end{cases}$$

Pour chaque valeur du paramètre réel t, le point correspondant de la courbe de Bézier est le barycentre des points A_i affectés des coefficients $B_{n,i}(t)$.

Les points A_0 et A_n appartiennent à la courbe de Bézier et en ces points, la courbe admet des tangentes de vecteurs directeurs respectifs $\overrightarrow{A_0A_1}$ et $\overrightarrow{A_{n-1}A_n}$.

exemple

$$\overrightarrow{OM}(t) = B_{0/2}\,\overrightarrow{OA} + B_{1/2}\,\overrightarrow{OB} + B_{2/2}\,\overrightarrow{OC}$$

$$\begin{vmatrix} x_M \\ y_M \end{vmatrix} = B_{0/2}\begin{vmatrix} x_A \\ y_A \end{vmatrix} + B_{1/2}\begin{vmatrix} x_B \\ y_B \end{vmatrix} + B_{2/2}\begin{vmatrix} x_C \\ y_C \end{vmatrix}$$

On retrouve une équation paramétrique