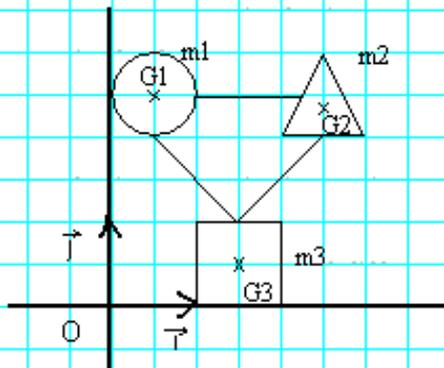


Les barycentres

I) Détermination du centre de gravité

Soit un système composé de plusieurs solides de masse m_i et de centre de gravité G_i



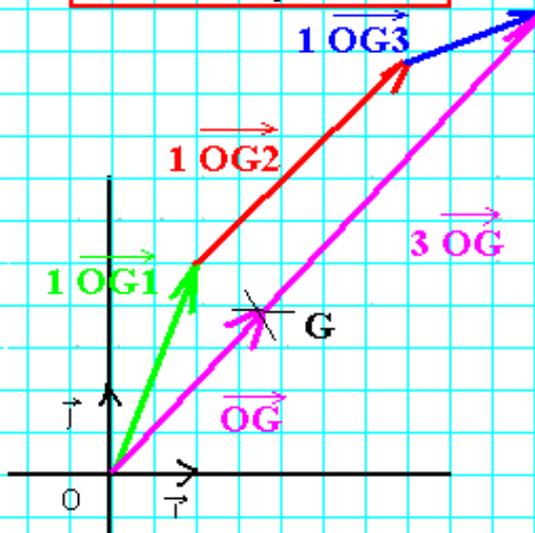
Pour la simplification des opérations, on supposera par la suite que $m_1 = m_2 = m_3 = 1 \text{ kg}$

Retrouvez nous
gratuitement sur
www.fiches-land.eu

1) Relation vectorielle

Le centre de gravité est déterminée par la relation :

$$\sum_i m_i \vec{OG} = \sum_i m_i \vec{OG}_i$$



2) Obtention du centre de gravité à partir des coordonnées

On a vu que $\sum m_i \vec{OG} = \sum m_i \vec{OG}_i$

Ce qui revient à $\vec{OG} = \frac{\sum m_i \vec{OG}_i}{\sum m_i}$

En projetant sur le repère, on obtient :

$$\begin{aligned}
 x_G - x_0 &= \frac{\sum m_i (x_{G_i} - x_0)}{\sum m_i} \rightarrow x_G = \frac{\sum m_i (x_{G_i} - x_0)}{\sum m_i} \\
 y_G - y_0 &= \frac{\sum m_i (y_{G_i} - y_0)}{\sum m_i} \rightarrow y_G = \frac{\sum m_i (y_{G_i} - y_0)}{\sum m_i} \\
 z_G - z_0 &= \frac{\sum m_i (z_{G_i} - z_0)}{\sum m_i} \rightarrow z_G = \frac{\sum m_i (z_{G_i} - z_0)}{\sum m_i}
 \end{aligned}$$

Ainsi, $x_G = \frac{(m_1 * x_{G_1} + m_2 * x_{G_2} + m_3 * x_{G_3})}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{1 * 1 + 1 * 5 + 1 * 3}{1 + 1 + 1} = 3$

3) Autre relation

Soit un système composé de plusieurs solides de masse m_i et de centre de gravité G_i

On a alors : $\sum m_i \overrightarrow{GG_i} = \vec{0}$ avec G centre de gravité du système

Ce qui revient à avoir $m_1 \overrightarrow{GG_1} + m_2 \overrightarrow{GG_2} = \vec{0}$
 $m_1 (\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OG_1}) + m_2 (\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OG_2}) = 0$
 $(m_1 + m_2) \overrightarrow{GO} + m_1 \overrightarrow{OG_1} + m_2 \overrightarrow{OG_2} = 0$

On retrouve la relation $\overrightarrow{OG} = \frac{m_1 \overrightarrow{OG_1} + m_2 \overrightarrow{OG_2}}{(m_1 + m_2)}$

Ce qui revient à $\overrightarrow{OG} = \frac{\sum m_i \overrightarrow{OG_i}}{\sum m_i}$

Retrouvez nous
gratuitement sur
www.fiches-land.eu

Remarque : Les formules indiquées fonctionnent pour l'addition de solide .
En cas de retrait d'un solide d'un système , il faut agrémente le calcul d'une soustraction ...

Les formules sont valables pour les constructions dans le plan et dans l'espace.