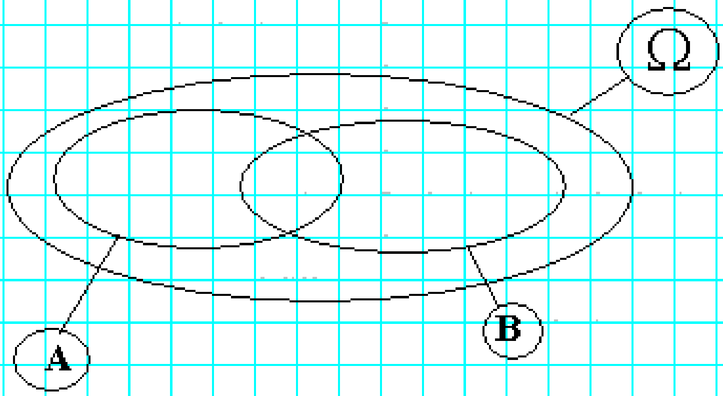
Corrigé BTS CGO 2009

I) Exercice 1

A . Evènements indépendants



P(A) = 0.015
P(B) = 0.02

1) $P(E_1) = P(A \cap B) = P(A) * P(B) = 0.015 * 0.02$

$\boxed{P(E_1) = 0.0003}$

Il y 0.03 % de chance de tomber sur un bulbe avec les 2 défauts

2) $P(E_2) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.015 + 0.02 - 0.0003$

$\boxed{P(E_2) = 0.0347}$

Il y 3.47 % de chance de tomber sur un bulbe avec au moins 1 des 2 défauts

3) $P(E_3) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(E_2) = 1 - 0.0347$

$\boxed{P(E_3) = 0.9653}$

Il y 96.53 % de chance de tomber sur un bulbe sans défaut

B. Loi Binomiale

1)

Loi Binomiale car * 2 issues
- → Composition florale défectueuse D
- → Composition florale Non défectueuse D

* Tirage avec remise

$B(n, p) \rightarrow B(12, 0.025)$

2) $P(X=k) = C_n^k * p^k * q^{n-k}$

avec $C_n^k = \dfrac{n\,!}{k\,!\,(n-k)\,!}$ et $q = 1-p$

$P(X=2) = C_{12}^2 * 0.025^2 * 0.975^{12-2}$

$P(X=2) = \dfrac{12\,!}{2\,!\,10\,!} * 0.025^2 * 0.975^{10}$

$\boxed{P(X=2) = 0.03}$

Il y a 3% de chance de tomber sur une composition défectueuse

3) Au plus 1 composition défectueuse càd X=0 ou X=1

$P(X=0) = C_{12}^0 * 0.025^0 * 0.975^{12-0}$

$P(X=0) = \dfrac{12\,!}{0\,!\,12\,!} * 1 * 0.975^{12}$

$P(X=0) = 0.74$

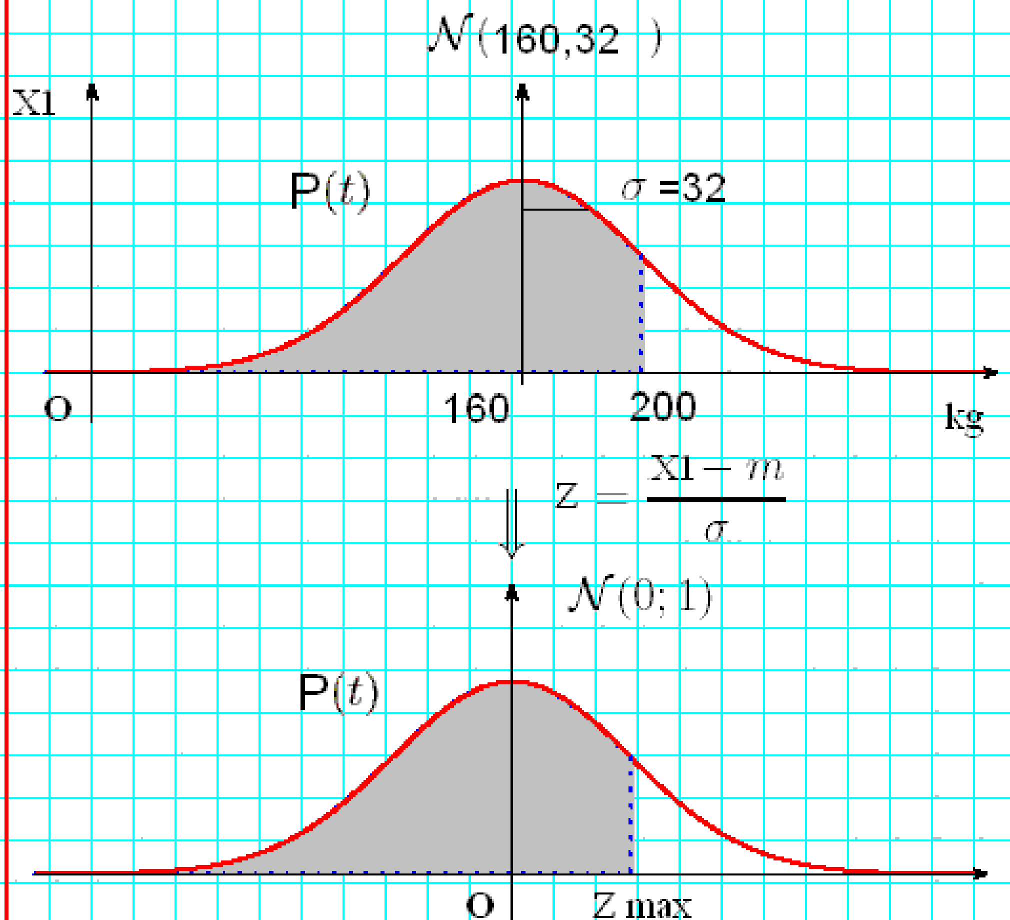
$P(X=1) = C_{12}^1 * 0.025^1 * 0.975^{12-1}$

$P(X=1) = \dfrac{12\,!}{1\,!\,11\,!} * 0.025 * 0.975^{11}$

$P(X=1) = 0.22$

$\boxed{\text{Ainsi, } P(X=0) + P(X=1) = 0.96}$

C. Loi normale et somme de variables indépendantes



$$Z\,max = \frac{X1\,max - m}{2} = \frac{200 - 160}{32} = 1.25$$

$P (X1 \leq 200) = P (Z \leq 1.25)$

$\boxed{P (X1 \leq 200) = 0.8944}$ par lecture directe de la table

2) a) $Y = X_1 + X_2$

donc Y suit une loi $N (m = m_1 + m_2 , \sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2})$

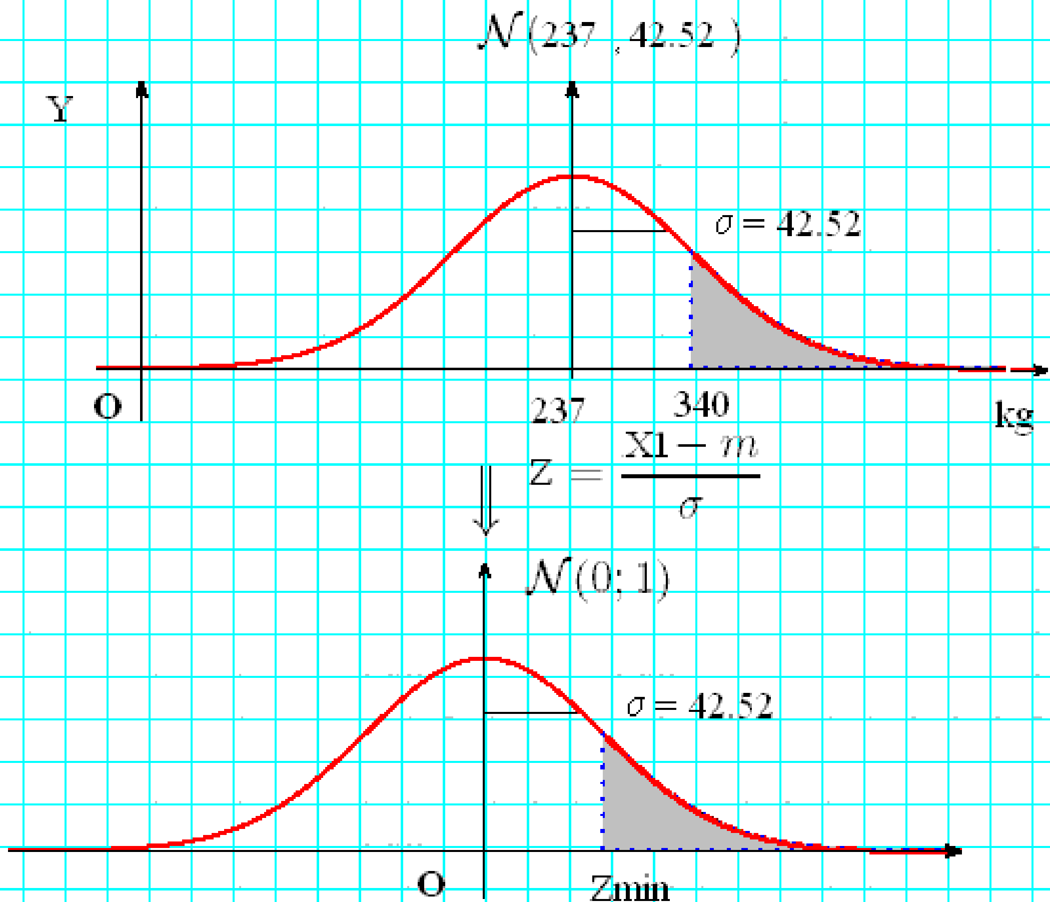
On a donc $m = 160 + 77$

$\boxed{m = 237}$

$\sigma = \sqrt{32^2 + 28^2}$

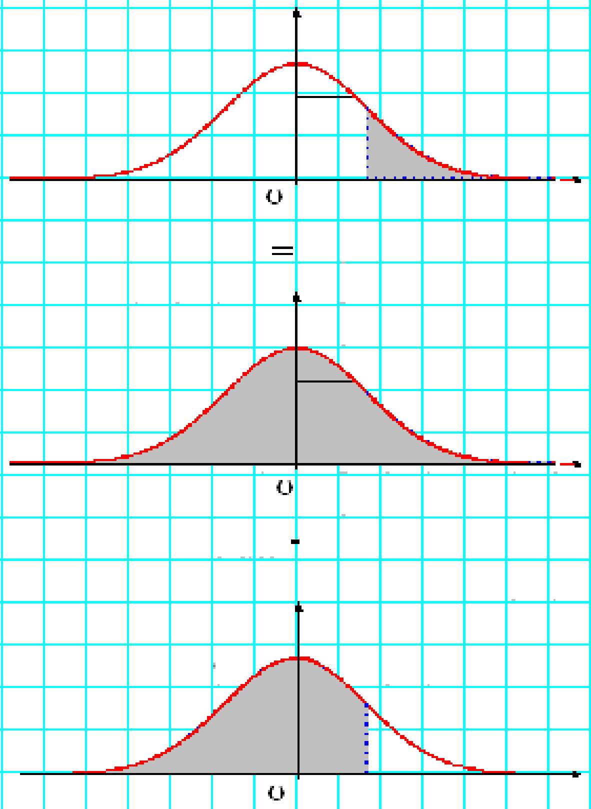
$\boxed{\sigma = 42.52}$

b)



$$Z\,min = \frac{Y\,min - m}{\sigma} = \frac{340 - 237}{42.52} = 2.42$$

Or



$P(Z \geq 2.42)$ $=$ 1 $-$ $P(Z \leq 2.42)$

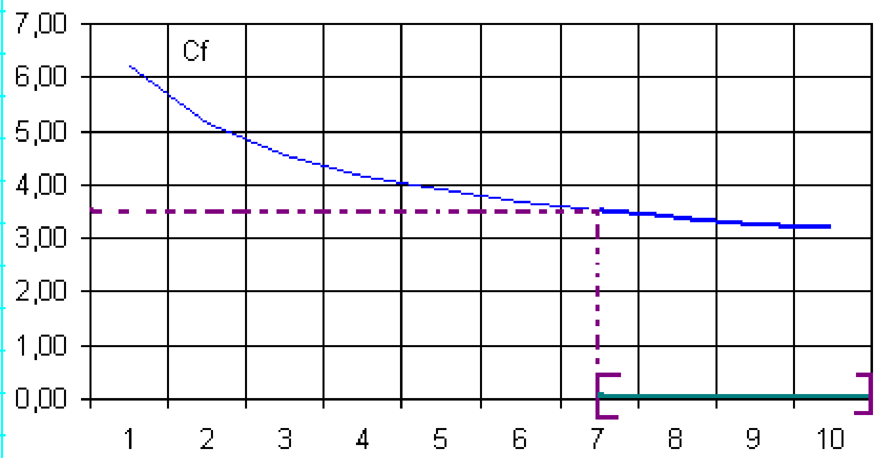
$P(Y \geq 340) = P(Z \geq 2.42) = 1 - P(Z \leq 2.42)$

$P(Y \geq 340) = 1 - 0.9922$ (par lecture directe de la table)

$\boxed{P(Y \geq 340) = 0.0078}$

II) Exercice 2

A. Résolution graphique d'une inéquation



$\boxed{f(x) \leq 3.5 \text{ pour } x \in [\,6.5\,,\,10\,]}$

B) Etude d'une fonction

1) a) $g(x) = 5 - e^{-0.2x+1}$ $(e^u)' = u' * e^u$

$g'(x) = -(-0.2) * e^{-0.2x+1}$

$\boxed{g'(x) = 0.2 * e^{-0.2x+1}}$

b) 0.2 étant > 0

$e^{-0.2x+1} > 0$

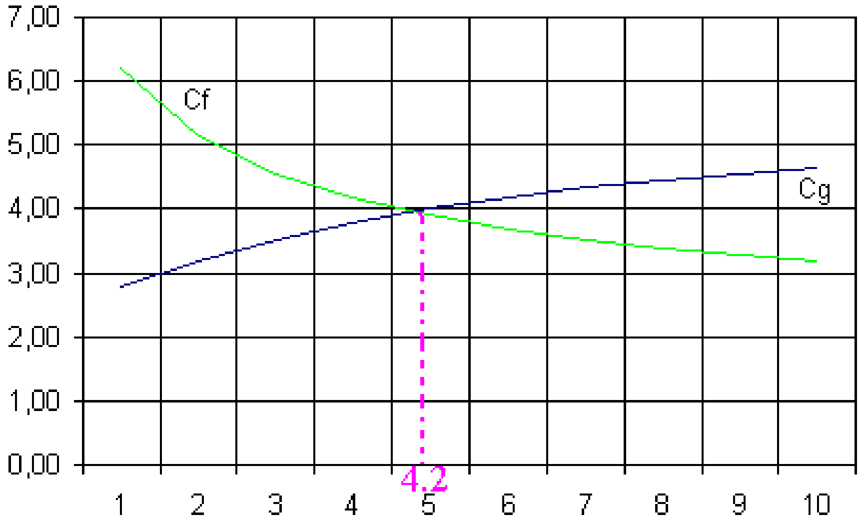
$\boxed{\text{donc } g'(x) > 0}$

2)

x	1 10
g'	+
g	↗

3) a)

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
g(x)	2,77	3,18	3,51	3,78	4,00	4,18	4,33	4,45	4,55	4,63



b) $\boxed{f(x) = g(x) \text{ pour } x \approx 4.2}$

C. Calcul intégral

1) $G(x) = 5x + 5e^{-0.2x+1}$ est primitive de g(x) si G'(x) = g(x)

On calcule donc G'(x)

$G'(x) = 5 + 5 * (-0.2) * e^{-0.2x+1}$

$G'(x) = 5 - 1 * e^{-0.2x+1}$

$G'(x) = g(x)$

Donc G(x) est bien une primitive de g(x)

2) a)

$$Vm = \frac{1}{b - a}\int_a^b g(x)\,dx$$

$$Vm = \frac{1}{10 - 1}\ [\ G(x)\ ]_1^{10}$$

$$Vm = \frac{1}{9} * [G(10) - G(1)\ ]$$

$$Vm = \frac{[5*10+ 5\ e^{-0.2*10+1} - 5*1+ 5\ e^{-0.2*1+1}]}{9}$$

$$Vm = \frac{[50 - 5 + 5\ (\ e^{-2+1} - e^{-0.2+1})]}{9}$$

$$\boxed{Vm = \frac{[\ 45 + 5\ e^{-1} - 5e^{0.8})]}{9}}$$

b) $\boxed{Vm \approx 3.96}$

D. Application des parties A et B

1) $d(x) \leq 3500$ t $\equiv f(x) \leq 3.5$ càd pour $\boxed{x \geq 65\ €\ /\ t}$

2) a) $\boxed{\text{prix d'équilibre} \approx 42\ €\ /\ t}$

b) $\boxed{\text{A l'équilibre , l'offre = la demande} \approx 4000\ t}$