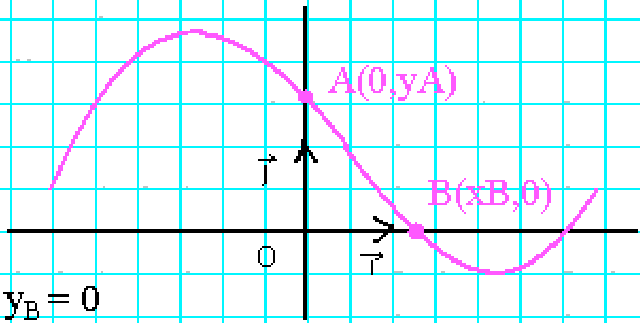
Fonctions - Compléments

I) Intersection d'une courbe avec les axes des x et y

Soit une courbe Cf représentative d'une fonction f.



Intersection avec l'axe des x (y=0)

B $\in$ Cf donc $y_B = f(x_B)$ or $y_B = 0$

$0 = f(x_B)$

On trouve les abscisses des points d'intersection avec l'axe des x en résolvant f(x)=0

Rq : Trouver les coordonnées des intersections avec l'axe des x revient aussi à résoudre le système :

$$\begin{cases} y = f(x) \\ y = 0 \end{cases}$$

Intersection avec l'axe des y (x=0)

A $\in$ Cf donc $y_A = f(x_A)$ or $x_B = 0$

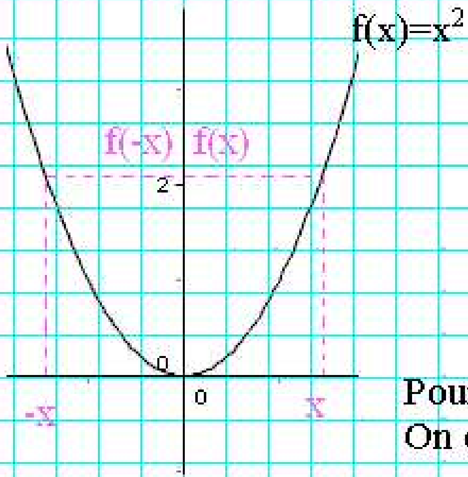
$y_A = f(0)$

On trouve les abscisses des points d'intersection avec l'axe des x en calculant f(0)

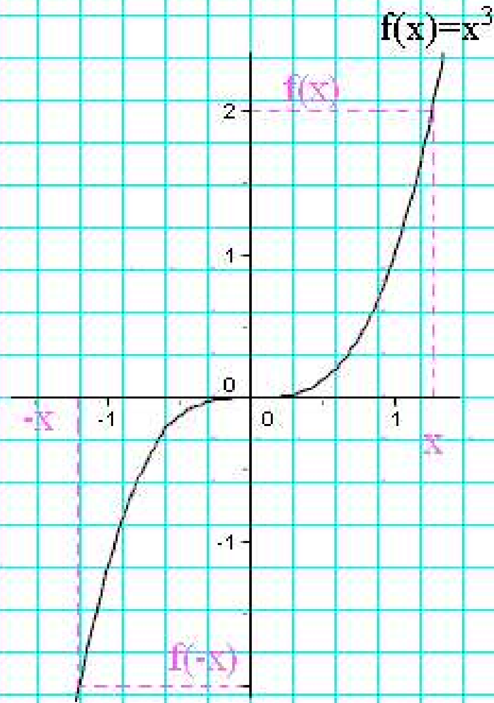
Rq : Trouver les coordonnées des intersections avec l'axe des x revient aussi à résoudre le système :

$$\begin{cases} y = f(x) \\ x = 0 \end{cases}$$

II) Parité



Pour déterminer la parité :
On calcule f(-x)



Si f(-x)=f(x)
La fonction est paire.
Elle admet Oy comme axe de symétrie

Si f(-x)=-f(x)
La fonction est impaire
Elle admet O comme centre de symétrie.

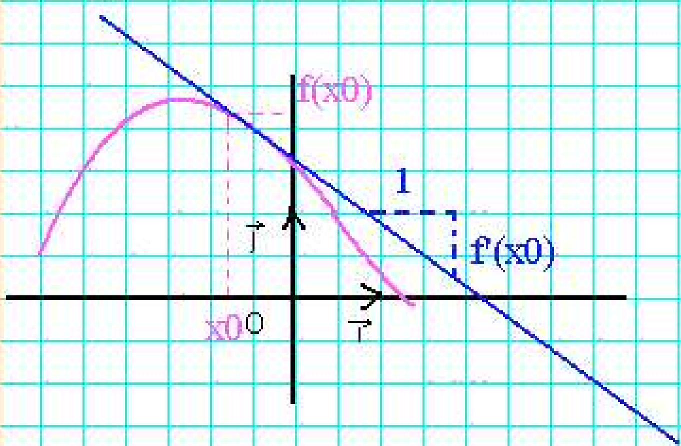
<u>Ex1 :</u> avec $f(x)=x^2$

$f(-x)=(-x)^2$
$f(-x)= x^2$
$f(-x)= f(x)$

<u>Ex2 :</u> avec $f(x)=x^3$

$f(-x)=(-x)^3$
$f(-x)= -x^3$
$f(-x)= -f(x)$

III) Calcul de la tangente à la fonction f au point d'abscisse x0

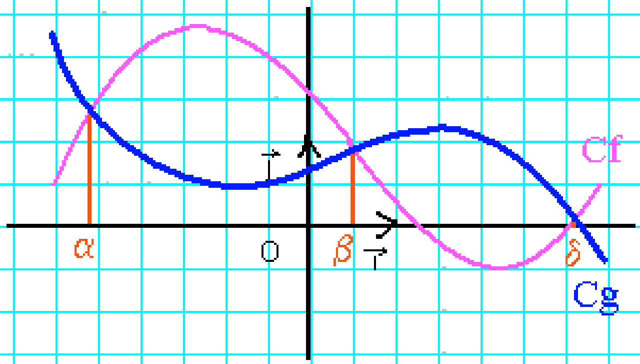


<u>Rappel</u> : une tangente est avant tout une droite ; elle aura donc une équation de la fonction y = ax + b

$$\boxed{T\,x_0 : y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)}$$

La tangente à f en x0 a pour coefficient directeur f'(x0)

IV) Comparaison de 2 fonctions



Pour comparer la position relative de 2 fonctions f et g , il faut étudier le signe de leur différence .

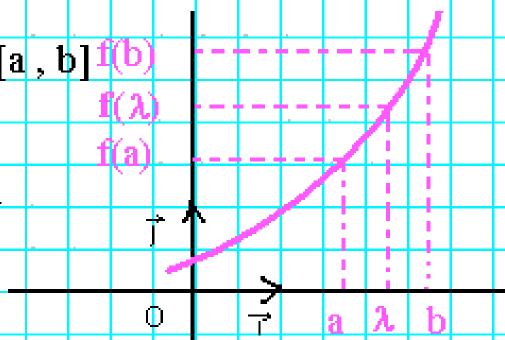
Soit la différence $h(x)=f(x)-g(x)$

Si $h(x) < 0$	$f(x)-g(x) < 0$	$f(x) < g(x)$
Si $h(x) > 0$	$f(x)-g(x) > 0$	$f(x) > g(x)$
Si $h(x) = 0$	$f(x)-g(x) = 0$	$f(x) = g(x)$

Ici , $f(x) > g(x)$ si $x \in [\alpha , \beta]$

V) Théorème des valeurs intermédiaires

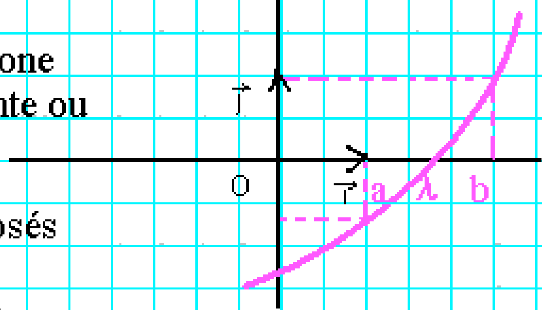
Si f est une fonction * définie sur [a , b]
* continue
* strictement monotone
(strictement croissante ou décroissante)



Alors , il existe un réel unique $\lambda \in [a,b]$ tel que $f(\lambda) \in [f(a),f(b)]$

De même :

Si f est une fonction * définie sur [a , b]
* continue
* strictement monotone
(strictement croissante ou décroissante)



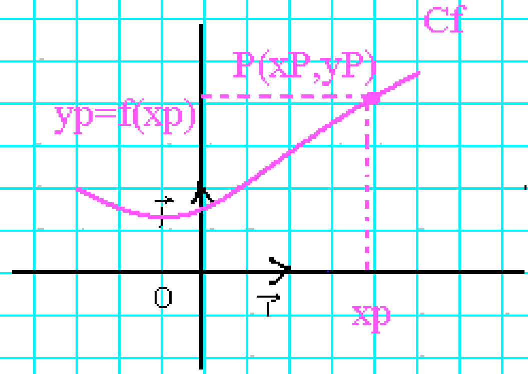
et de plus f(a) et f(b) sont de signes opposés

Alors , il existe un réel unique $\lambda \in [a,b]$ tel que $f(\lambda) = 0$

VI) Appartenance d'un point à une courbe

Un point P (xP, yP) appartient à une courbe Cf représentative d'une fonction f , si ses coordonnées vérifient l'équation de celle ci :

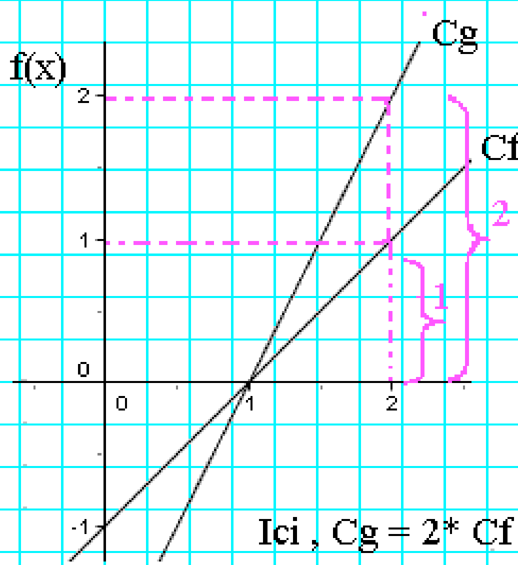
$$\boxed{P \in Cf \text{ si } \quad yP = f(xP)}$$



VII) Produit d'une fonction par un réel k

La fonction k * f(x) est définie par (k * f)(x) = k * f(x)

La courbe C_{kf} s'obtient , abscisse par abscisse , en multipliant chaque ordonnée par k

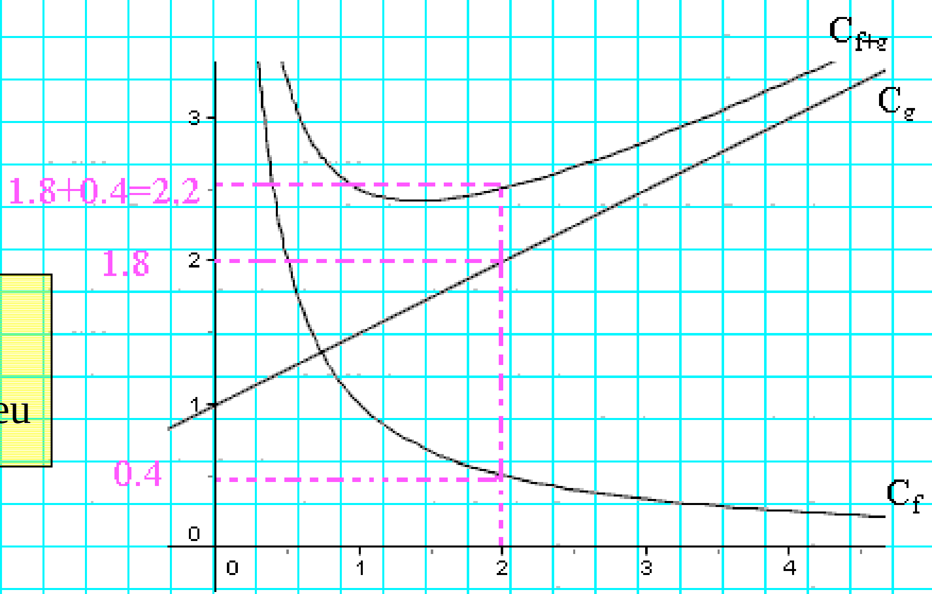


Ici , Cg = 2* Cf

VIII) Somme / différence f +/- g

La fonction (f+g)(x) est définie par (f+g)(x) = f(x) + g(x)
La fonction (f-g)(x) est définie par (f-g)(x) = f(x) - g(x)

La courbe C_{f+g} s'obtient , abscisse par abscisse , en ajoutant à l'ordonnée de f , l'ordonnée de g.



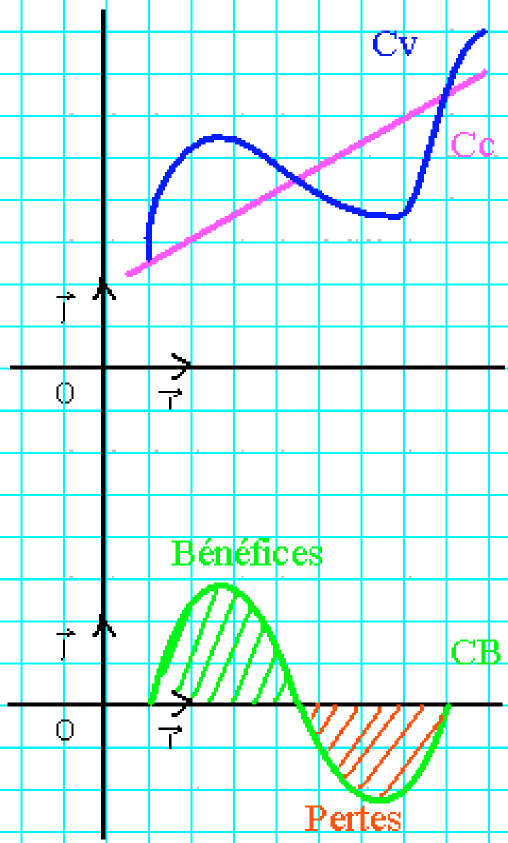
Application économique : étude d'une marge

Soit C_V une courbe représentative de la fonction CA (vente) en €
Soit C_C une courbe représentative de la fonction couts de production en €

Comme le bénéfice équivaut à : Bénéfice = Vente – couts

$C_B = C_V - C_C$

$B(x) = V(x) - C(x)$



Retrouvez nous gratuitement sur www.fiches-land.eu