La fonction exponentielle e^x

On appelle fonction exponentielle l'unique fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $f' = f$ et $f(0) = 1$

I) Etude

- **Domaine de définition**

Type de fonction	$f(x) = e^x$	$f(u(x)) = e^{u(x)}$
Condition à respecter	/	
Domaine de définition	$D_f =]-\infty ; +\infty[= \mathbb{R}$	

- **Dérivée**

Fonction	$f(x) = e^x$	$f(u(x)) = e^{u(x)}$
Dérivée	$f'(x) = e^x$	$f'(u(x)) = u'(x)\, e^{u(x)}$

- **Tableau de variations (de $f(x) = e^x$)**

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	
$f(x)$	0 ↗	$+\infty$
Signe de $f(x)$	$+$	

La fonction e^x est toujours positive et toujours croissante

- **Limites**

$\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$

$\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x} = +\infty$

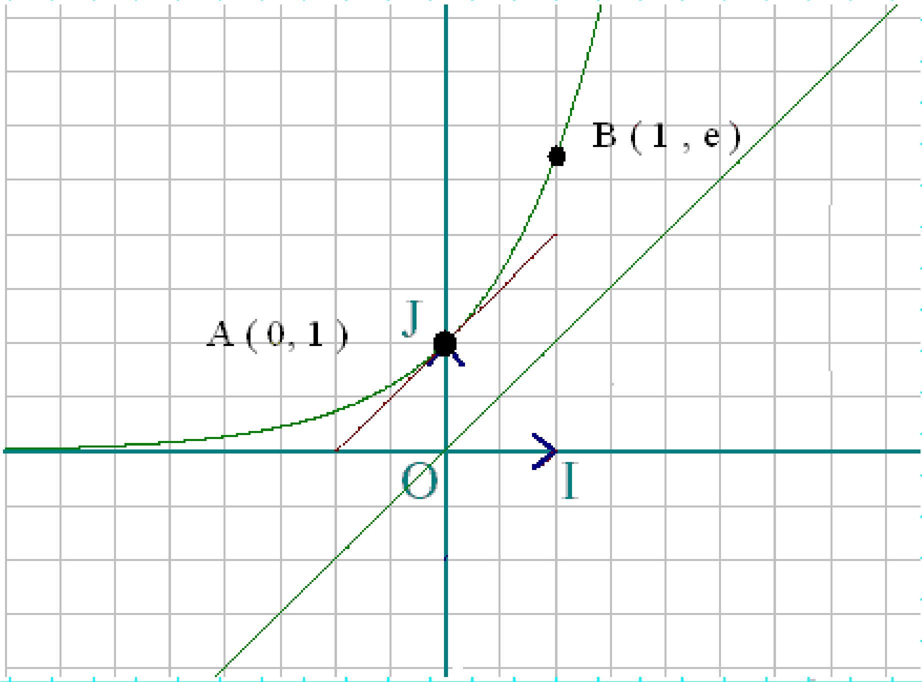
$\lim\limits_{x \to -\infty} x^\alpha e^x = 0$

- **Représentation graphique (de $f(x) = e^x$)**

$f(0) = e^0 = 1 \quad \rightarrow \quad A(0, 1)$

$f(1) = e^1 = e \quad \rightarrow \quad B(1, e)$

avec $e \approx 2.72$



II) Propriétés

	Exponentielle
somme	$e^x \times e^y = e^{x+y}$
différence	$\frac{e^x}{e^y} = e^{x-y}$
opposé	$\frac{1}{e^x} = e^{-x}$
produit par une constante k	$(e^x)^k = e^{kx}$
exposant moitié	$e^{\frac{1}{2}x} = (e^x)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{e^x}$

$e^{\ln x} = x$

Si a < b , alors $e^a < e^b$
Si a = b , alors $e^a = e^b$

III) Résolution de $e^x = \alpha$

1) Passage au logarithme

$e^x = \alpha$

$\ln e^x = \ln \alpha$

$x = \ln \alpha$

2) Egalité des exponentiels

$e^x = \alpha$

$e^x = e^{\ln \alpha}$

$x = \ln \alpha$