La fonction logarithme népérien ln(x)

On appelle ln (m) , avec m > 0 , l'unique solution de l'équation $e^x = m$

I) Etude

- **Domaine de définition**

Type de fonction	$f(x) = \ln(x)$	$f(u(x)) = \ln(u(x))$
Condition à respecter	$x > 0$	$u(x) > 0$
Domaine de définition	$D_f =]0 ; +\infty[$ $= \mathbb{R}^{+*}$	

- **Dérivée**

Fonction	$f(x) = \ln(x)$	$f(u(x)) = \ln(u(x))$
Dérivée	$\frac{1}{x}$	$\frac{u'(x)}{u(x)}$

- **Tableau de variations (de f (x) = ln (x)**

x	0		1		$+\infty$
f'(x)	||	+	¦	+	
f(x)	||	$-\infty$ ↗	0	↗	$+\infty$
Signe de f(x)	||	−	¦	+	

La fonction f(x) = ln(x) est toujours croissante

- **Limites**

$\lim_{x \to 0^+} \ln(x) = -\infty$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$

$\lim_{x \to +\infty} \ln(x) = +\infty$

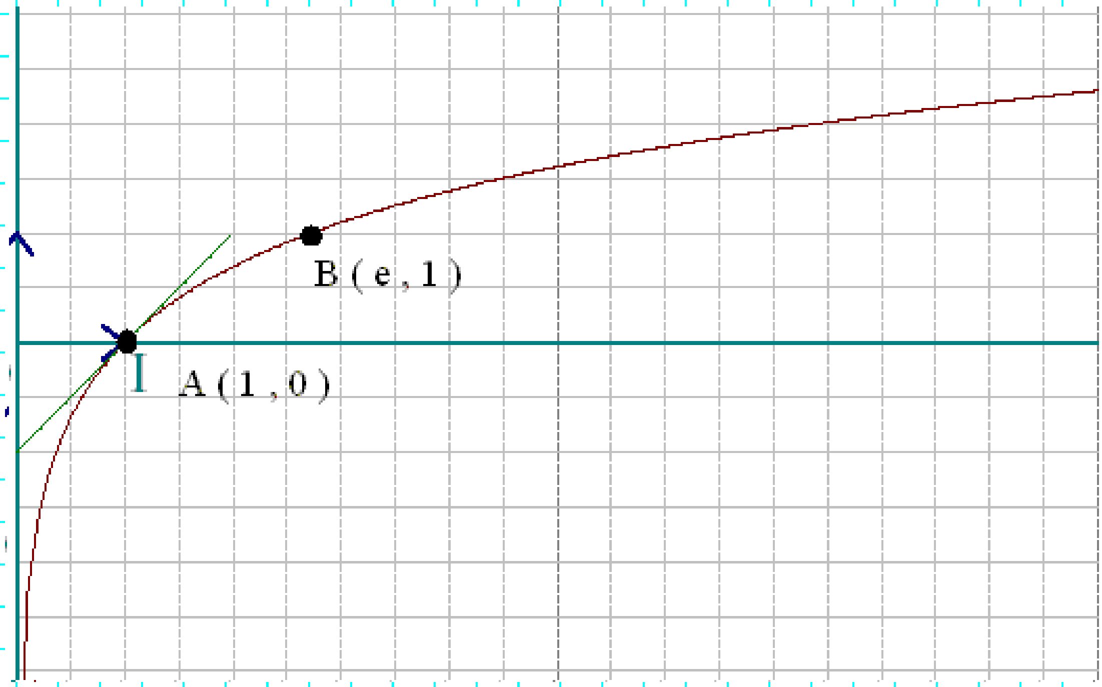
$\lim_{x \to 0^+} x^{\alpha} \ln(x) = 0$

- **Représentation graphique (de f (x) = ln (x)**

$f(1) = \ln 1 = 0 \rightarrow A(1, 0)$

$f(e) = \ln e = 1 \rightarrow B(e, 1)$

avec $e \approx 2.72$



II) Propriétés

	Logarithme
produit	$\ln(a \times b) = \ln a + \ln b$
inverse	$\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$
quotient	$\ln \frac{1}{a} = -\ln a$
puissance	$b \ln a = \ln a^{b}$
racine carrée	$\frac{1}{2} \ln a = \ln a^{1/2} = \ln \sqrt{a}$

$\ln e^{x} = x$

Retrouvez nous gratuitement sur www.fiches-land.eu

Si a < b , alors ln (a) < ln (b)
Si a = b , alors ln (a) = ln (b)

III) Résolution de ln x = α

1) Passage à l'exponentiel

$\ln x = \alpha$

$e^{\ln x} = e^{\alpha}$

$x = e^{\alpha}$

2) Egalité des ln

$\ln x = \alpha$

$\ln x = \alpha \ln e$

$\ln x = \ln e^{\alpha}$

$x = e^{\alpha}$