

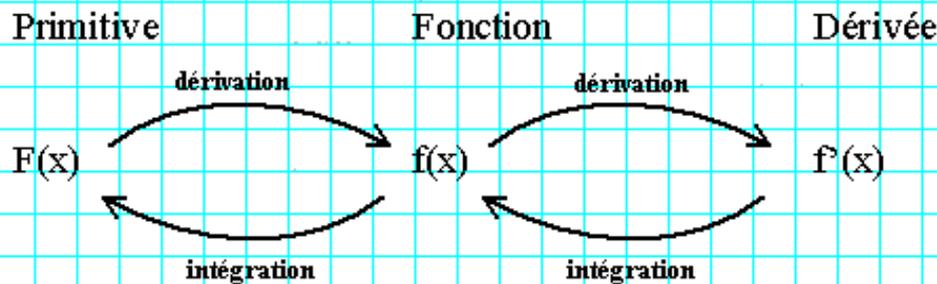
# Primitives

## I) Définition

- Soit  $f$  une fonction définie sur  $I$

Une fonction  $F$ , définie sur  $I$  est une primitive de  $f$  sur  $I$  lorsqu'elle est dérivable sur  $I$  et que :

$$F' = f$$



## II) Propriétés

- Toute fonction  $f$  dérivable sur un intervalle  $I$  admet des primitives  $F$  sur  $I$ , définies par  $t \mapsto F(t) + C$ , où  $C$  est une constante

ex :                       $f(t) = 3t^2 - 3$   
                                  $F(t) = t^3 - 3t + C$

Retrouvez nous  
gratuitement sur  
[www.fiches-land.eu](http://www.fiches-land.eu)

- Parmi les primitives de  $f$  définies sur  $I$ , il existe une unique primitive  $F$  prenant une valeur donnée  $y_0$  pour une valeur donnée  $t_0$

ex :                      Trouver  $F(t)$  telle que  $F(2)=6$   
                                  $F(2) = 2^3 - 3 \cdot 2 + C = 6 \quad \Rightarrow C = 4$

$F(t) = t^3 - 3t + 4$  est l'unique primitive  $F$  de  $f$  telle que  $F(2) = 6$

### III ) Tableau des primitives usuelles

Dans le cas de la fonction x :

Fonction	Dérivée
1	$x + k$
a	$ax + k$
$x$	$\frac{x^2}{2} + k$
$x^2$	$\frac{x^3}{3} + k$
$x^n$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + k$
$\cos(x)$	$\sin(x)$
$\sin(x)$	$-\cos(x)$

Avec k = constante

#### Applications :

a ) Avoir une des formes connues ou forcer l'expression à devenir une des formes connues ( sans ajouter ni supprimer de variable et en « jouant » sur  $u^r$  )

b ) Rétablir l'égalité d'écriture entre les expressions en multipliant par un coefficient constant.

$$\text{Ex : } \int \frac{3x}{x^2+3} dx \quad \frac{3x}{x^2+3} \approx \frac{u^r}{u}$$

a ) On force l'équation à devenir  $\frac{u^r}{u}$

$$\int \frac{3x}{x^2+3} dx = \frac{3}{2} \int \frac{2x}{x^2+3} dx = \frac{3}{2} \ln(x^2+3) + k$$

b ) On multiplie par un coefficient constant pour retrouver l'égalité d'écriture

Dans le cas de fonctions composées

Fonction	Dérivée
$u + v$	$U + V + k$
$h * u$	$h * U + k$
$u^r * u^r$	$\frac{u^{r+1}}{r+1} + k$
$\frac{u^r}{u}$	$\ln(u) + k$
$u^r e^u$	$e^u + k$
$\cos(u)$	$\frac{\sin(u)}{u^r} + k$
$\sin(u)$	$-\frac{\cos(u)}{u^r} + k$

Retrouvez nous  
gratuitement sur  
[www.fiches-land.eu](http://www.fiches-land.eu)