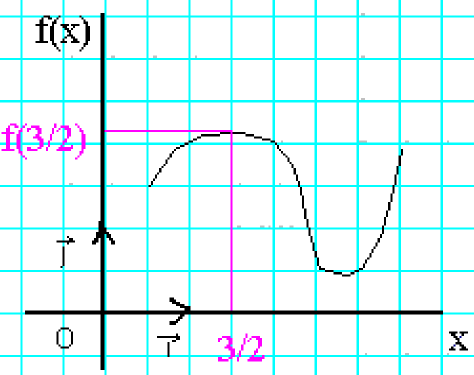
Les suites

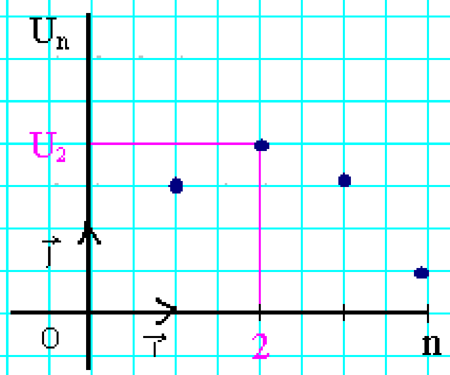
Les suites sont des fonctions qui associent à tout $n \in \mathbb{N}^+$, une image notée U(n) (notée également U_n) . U_n est appelé terme général
n est le rang ou l'indice

$\boxed{f : n \longmapsto U_n}$

Elles modélisent des phénomènes discrets.



phénomène continu
Les points sont liés



phénomène discret
Les points sont isolés

I) Les modes de représentation

Il existe 2 principaux modes de représentation :

* Relation de récurrence : Elle lie U_n à U_{n-1}. Elle est définie par : $U_{n+1} = f(U_n)$
Le 1er terme

* Relation explicite : Elle lie U_n à n. Elle est définie par : $\boxed{U_n = f(n)}$

II) Les différents types de suites

1) Suite arithmétique

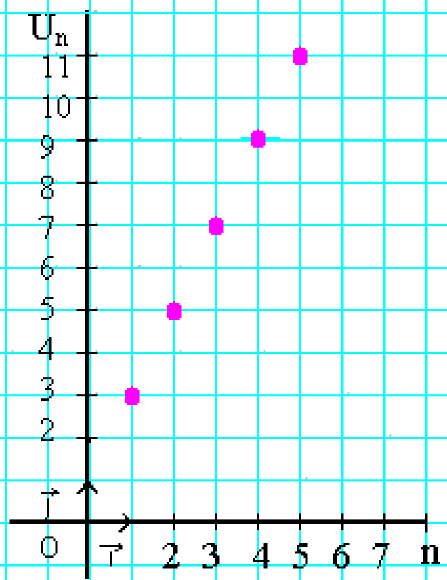
* Relation de récurrence $\boxed{U_{n+1} = U_n + r}$ avec r la raison arithmétique
* Relation explicite $\boxed{U_n = U_0 + n*r}$
* Somme des n premiers termes

$$\boxed{\Sigma = \frac{\text{nb de terme} * (p + d)}{2}}$$

ex : $\begin{cases} U_{n+1} = U_n + 2 \\ U_0 = 1 \end{cases}$ Relation de récurrence

$$\begin{array}{cccccccccccc} U_0 & & U_1 & & U_2 & & U_3 & & U_4 & & U_5 & \\ 1 & \xrightarrow{+2} & 3 & \xrightarrow{+2} & 5 & \xrightarrow{+2} & 7 & \xrightarrow{+2} & 9 & \xrightarrow{+2} & 11 & \dots \end{array}$$

raison arithmétique



$U_0 = 1$

$U_1 = U_0 + 2 \qquad = U_0 + 1*2$

$U_2 = U_1 + 2 \qquad = U_0 + 2*2$

$U_3 = U_2 + 2 \qquad = U_0 + 3*2$

...

$U_n = U_{n-1} + 2 \qquad = U_0 + n * 2$

Relation explicite $U_n = 1 + n * 2$

$$\sum_{U_0 \to U_5} = \frac{6 * (1 + 11)}{2} = 36$$

Retrouvez nous gratuitement sur www.fiches-land.eu

2) Suites géométriques

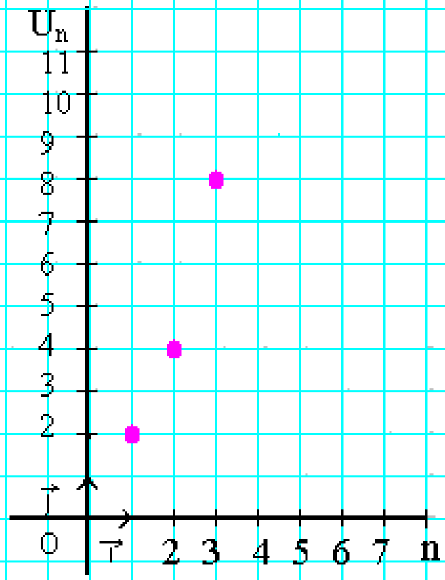
* Relation de récurrence $\boxed{U_{n+1} = U_n * q}$ avec q la raison géométrique
* Relation explicite $\boxed{U_n = U_0 * q^n}$
* Somme des n premiers termes

$$\boxed{\Sigma = p \left(\frac{1 - q^{\text{nb de terme}}}{1 - q} \right)}$$ avec p : premier terme

ex : $\begin{cases} U_{n+1} = U_n * 2 \\ U_0 = 1 \end{cases}$ Relation de récurrence

$$\begin{array}{ccccccccccc} U_0 & & U_1 & & U_2 & & U_3 & & U_4 & & U_5 \\ 1 & \xrightarrow{*2} & 2 & \xrightarrow{*2} & 4 & \xrightarrow{*2} & 8 & \xrightarrow{*2} & 16 & \xrightarrow{*2} & 32 \end{array}$$

raison géométrique



$U_0 = 1$
$U_1 = U_0 * 2 \qquad = U_0 * 2^1$
$U_2 = U_1 * 2 \qquad = U_0 * 2^2$
$U_3 = U_2 * 2 \qquad = U_0 * 2^3$
...
$U_n = U_{n-1} * 2 \qquad = U_0 * 2^n$

Relation explicite
$U_n = 1 * 2^n$

$$\sum_{U_0 \to U_5} = 1\left(\frac{1-2^6}{1-2}\right) = 63$$

Retrouvez nous gratuitement sur www.fiches-land.eu

3) Résumé

Type de suite \ Type de relation	Relation de récurrence	Relation Explicite
Suite arithmétique	$U_{n+1} = U_n + r$ r : raison arithmétique	$U_n = U_0 + n*r$ $U_n = U_1 + (n-1)*r$ ... $U_n = U_p + (n-p)*r$
Suite géométrique	$U_{n+1} = U_n * q$ q : raison géométrique	$U_n = U_0 * q^n$ $U_n = U_1 * q^{(n-1)}$ ... $U_n = U_p * q^{(n-p)}$

III) Propriétés des suites

1) Reconnaissance d'une suite

Une suite est arithmétique si $U_{n+1} - U_n$ =constante (= r dans ce cas)
Une suite est géométrique si $\dfrac{U_{n+1}}{U_n}$ =constante (= q dans ce cas)

2) Variations d'une suite

Pour les suites arithmétiques :
- si r + , alors la suite est croissante
- si r - , alors la suite est décroissante

Pour les suites géométriques :
- si q > 1 , alors la suite est croissante
- si q < 1 , alors la suite est décroissante
- si q = 0 ou 1 , alors la suite est constante

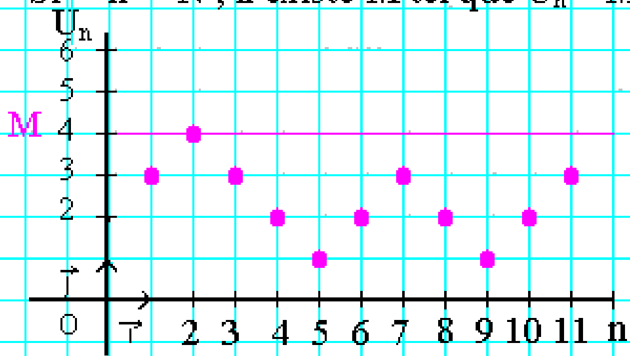
Pour les suites de type $U_n = f(n)$

On associe à $U_n \rightarrow y$ et à $n \rightarrow x$
Etudier les variations de $U_n = f(n)$
Revient A étudier les variations
de $y = f(x)$

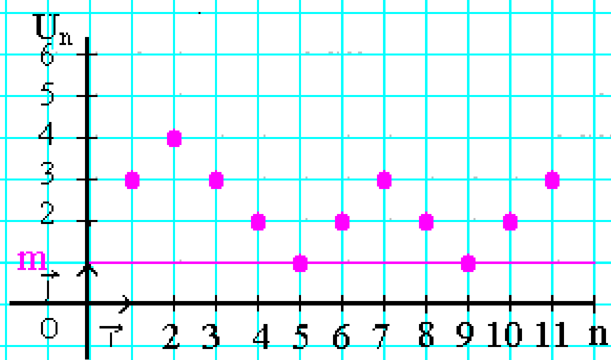
<u>Ex :</u> $U_n = n^2 + 2$
Revient à étudier $y = x^2 + 2$

<u>3) Suites majorées , minorées , bornées</u>

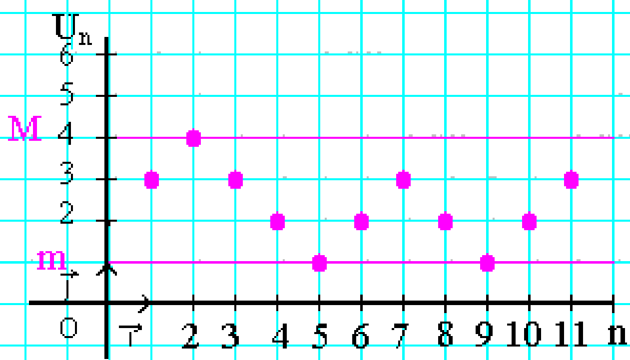
Si $\forall n \in N$, il existe M tel que $U_n < M$, alors la suite U_n est majorée par M



Si $\forall n \in N$, il existe m tel que $U_n > m$, alors la suite U_n est minorée par m



Si une suite U_n est à la fois majorée et minorée , elle est bornée



<u>4) Limites et convergence</u>

Pour les suites de type $U_n = f(n)$

Si $\lim\limits_{n \to \infty} U_n =$ valeur finie , la suite est convergente
Sinon elle est divergente