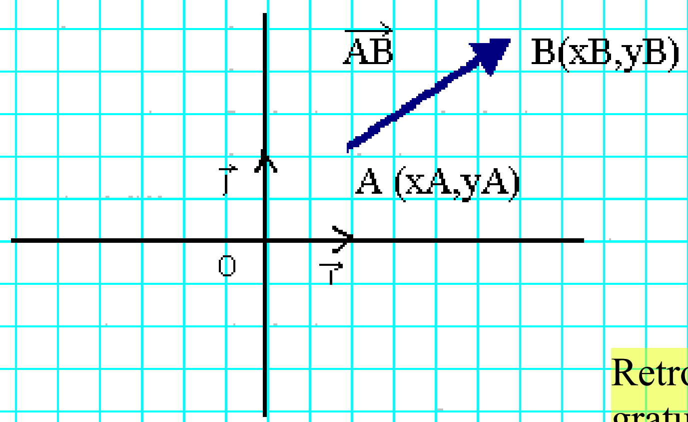
Les vecteurs

I) Définition

Un vecteur $\overrightarrow{AB}$ se caractérise par :

- Sa direction : Droite (AB)
- Son sens : $A \rightarrow B$
- Sa norme (sa longueur) , notée $\|\overrightarrow{AB}\|$ ou AB



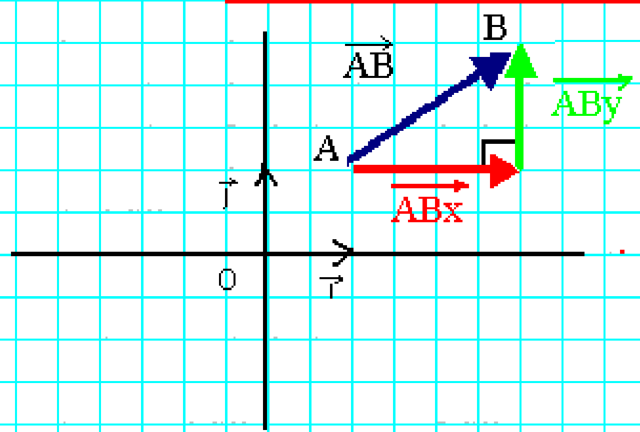
La flèche est une représentation du vecteur

II) Calcul des composantes d'un vecteur

Soient A(xA,yA) et B(xB,yB) , 2 points du plan :
Le vecteur AB est défini par

$$\boxed{\overrightarrow{AB} = \left| \begin{matrix} xB-xA \\ yB-yA \end{matrix} \right. = \left| \begin{matrix} ABx \\ ABy \end{matrix} \right.}$$

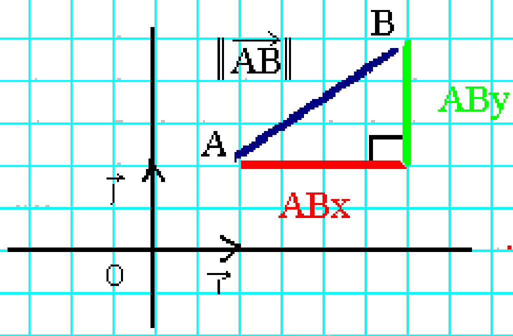
Composante horizontale
Composante verticale



$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{ABx} + \overrightarrow{ABy} = ABx\,\vec{i} + ABy\,\vec{j}$$

III) Calcul de la norme d'un vecteur

Pour calculer la norme d'un vecteur AB , noté $\|\overrightarrow{AB}\|$ ou AB , on utilise le thèorème de Pythagore



On a ainsi : $\|\vec{AB}\|^2 = ABx^2 + ABy^2$

$\|\vec{AB}\| = \sqrt{ABx^2 + ABy^2}$

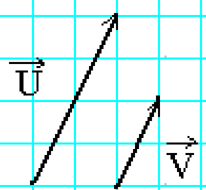
$$\boxed{\|\vec{AB}\| = \sqrt{(xB-xA)^2 + (yB-yA)^2}}$$

IV) Vecteurs colinéaires

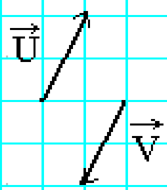
2 vecteurs $\vec{U}$ et $\vec{V}$ sont dits colinéaires quand ils sont parallèles ou confondus.
Aussi , si $\vec{U}$ et $\vec{V}$ sont colinéaires , il existe un réel λ tel que :

$\boxed{\vec{U} = \lambda \vec{V}}$ On a alors : $\boxed{\|\vec{U}\| = |\lambda| * \|\vec{V}\|}$

Exemples de vecteurs colinéaires :



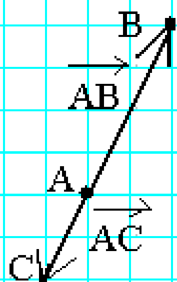
$\vec{U} = 2\,\vec{V}$
$\lambda = 2$



$\vec{U} = -\,\vec{V}$
$\lambda = -1$

Remarque :

Si 2 vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ sont colinéaires , et de plus , possèdent un point commun , alors les points A , B et C sont alignés



$\vec{AB} = -2\,\vec{AC}$

III) Différents types de vecteurs

- Vecteur nul : Vecteur dont la norme vaut 0; généralement noté $\vec{0}$

- Vecteur unitaire : Vecteur dont la norme vaut 1
  Pour calculer un vecteur unitaire $\vec{u}$ à partir d'un vecteur $\vec{V}$ on utilise la relation :

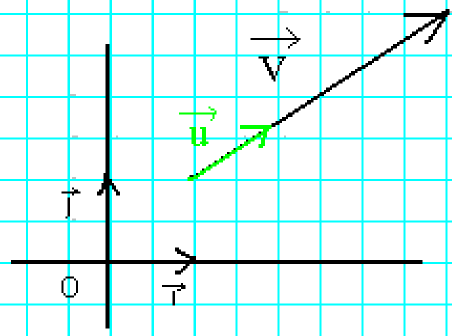
$$\boxed{u = \frac{\vec{V}}{\|\vec{V}\|}}$$

Exemple :

$$\vec{V} = \left| \begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix} \right.$$

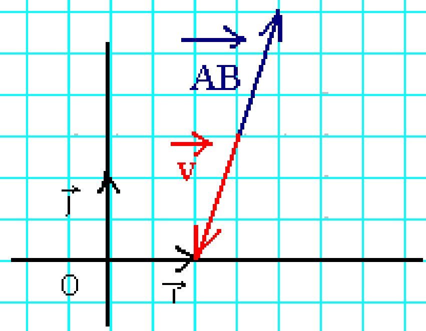
$$\|\vec{V}\| = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$$

$$\vec{u} = \frac{1}{\sqrt{13}} \left| \begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix} \right.$$



- Vecteur opposé : Le vecteur opposé à $\vec{AB}$ est un vecteur ayant même direction et même norme que $\vec{AB}$, mais de sens opposé

Exemple :



Le vecteur $\vec{v}$, opposé à $\vec{AB}$, vaut donc :

$$\vec{v} = - \vec{AB}$$

$$\vec{v} = \vec{BA}$$

- Vecteur égaux : Ce sont 2 vecteurs de : Même direction
  Même sens
  Même norme

  Ce sont donc 2 vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ colinéaires tels que $\vec{u} = k\,\vec{v}$ avec $k = 1$