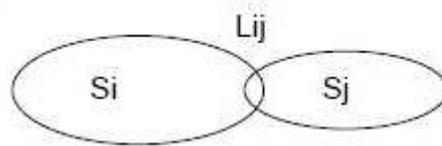


**I) Généralités – Définitions**

- Mécanismes : Les mécanismes sont des sous ensembles de pièces en liaisons mécaniques entre elles et agencées de façon à réaliser une fonction technique.
- Liaisons : Une liaison  $L_{ij}$  établit une relation mécanique entre 2 solides  $S_i$  et  $S_j$ .



- Schématisation : Une schématisation permet de donner une représentation simplifiée à l'aide de symboles afin de faciliter :
  - \* L'analyse du fonctionnement
  - \* L'étude des différents mouvements

**II ) Schématisation – Modélisation des Liaisons par degré de liberté**

**1 ) Schématisation des liaisons élémentaires**

Une liaison élémentaire entre 2 solides  $S_1$  et  $S_2$  est obtenues à partir du contact entre 2 surfaces élémentaires. Les surfaces géométriques élémentaires sont le plan , le cylindre et la sphère.

( Voir tableau )

**2 ) Degrés de liberté**

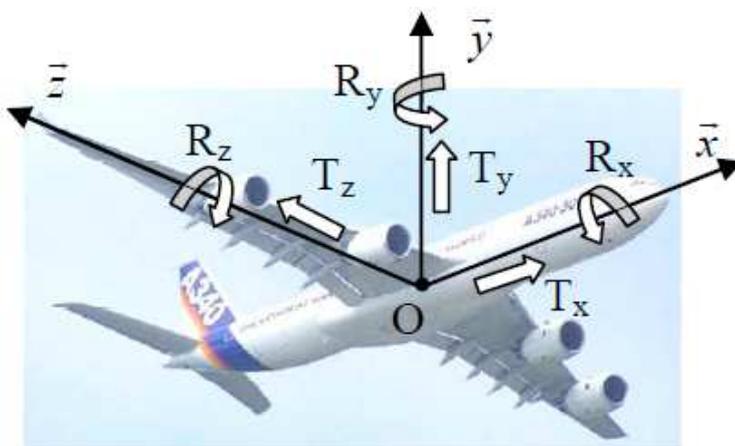
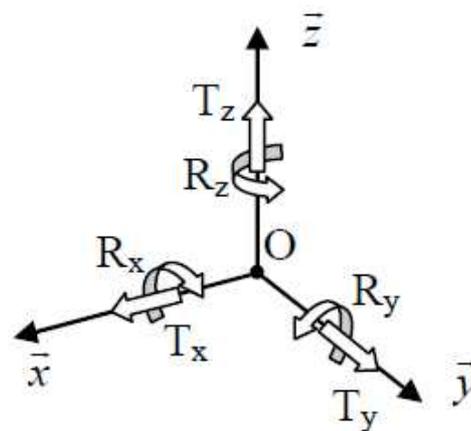
*Les degrés de liberté d'une liaison entre deux solides  $S_1$  et  $S_2$  correspondent aux mouvements relatifs indépendants autorisés au sein de cette liaison entre  $S_1$  et  $S_2$ .*

Les différents mouvements relatifs s'analysent par rapport à un référentiel local associé à la liaison.

La figure 7 montre les six mouvements relatifs indépendants envisageables par rapport au repère  $R(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$  : trois translations caractérisées par  $T_x, T_y, T_z$  et trois rotations caractérisées par  $R_x, R_y, R_z$ .

$T_x, T_y, T_z, R_x, R_y$  et  $R_z$  sont des variables qui peuvent prendre deux états : état 0 lorsque le mouvement relatif est impossible ; état 1 lorsque le mouvement relatif est possible.

Une liaison possède donc au maximum six degrés de liberté : six états 1 (dans ce cas, la liaison est appelée liaison libre).



Entre 2 pièces :  
Nb ddl + nb liaison = .....

Nous savons que la position d'un solide dans l'espace peut être définie par 6 paramètres, 3 Rotations et 3 Translations.

Ces 6 paramètres sont les 6 degrés de libertés du solide.

En fait un solide n'est généralement pas seul, il est en liaison avec d'autres solides. Cette liaison va limiter le nombre de degrés de liberté existant entre les solides.

L'étude des liaisons réelles existantes entre les différentes pièces d'un mécanisme est délicate et difficile. En effet, les défauts entre les surfaces de contact (rugosité, défaut de forme), la présence de jeu, la déformation des pièces, les frottements, et l'usure écarte le modèle théorique de la liaison de la réalité.

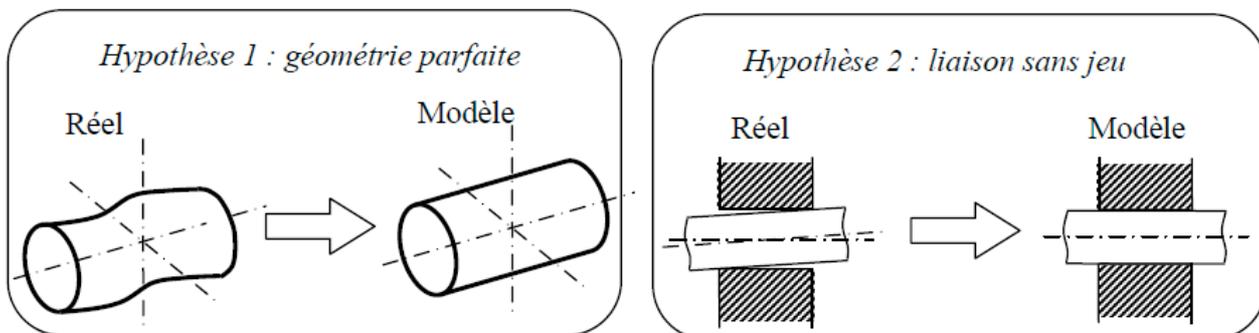
Afin de pouvoir étudier le fonctionnement d'un mécanisme, il est nécessaire de modéliser les liaisons entre les différentes pièces.

### 3) Liaisons normalisés entre solides

Une liaison est dite parfaite si:

- Le contact s'établit théoriquement en un point, sur une ligne ou sur une surface de définition géométrique simple (plan sphère, cylindre, surface hélicoïdale, ..);
- Les surfaces de contact sont supposées géométriquement parfaites;
- la liaison est sans jeu.

Les modèles de liaison sont généralement basés sur 2 hypothèses :



#### ***-Hypothèses de modélisation-***



**Solides parfaits**



Géométrie parfaite

Solides indéformables



**Liaisons parfaites**



Pas de frottement

Géométrie des contacts parfaite

**III ) Schématisation – Modélisation des Liaisons par torseurs**

1 ) Définition

Défini en un point donné (A), un torseur d'action mécanique est un système force-couple constitué de deux grandeurs :

- a) une force ou somme vectorielle  $\vec{S}$ , indépendante du point choisi.
- b) un couple ou moment résultant  $\vec{M}_A$ , fonction du point A choisi.

**Notation :** 
$$\left\{ \begin{array}{c} \text{torseur} \\ \text{F en A} \end{array} \right\} = \{T_A\}_A = \left\{ \begin{array}{c} \vec{S} \\ \vec{M}_A \end{array} \right\}_A = \left\{ \begin{array}{cc} X & L_A \\ Y & M_A \\ Z & N_A \end{array} \right\}_A$$
 (x,y,z)

**Remarque** : dans le repère (x, y, z),  $\vec{S}$  et  $\vec{M}_A$  s'écrivent :  
 $\vec{S} = X \vec{i} + Y \vec{j} + Z \vec{k}$  et  $\vec{M}_A = L_A \vec{i} + M_A \vec{j} + N_A \vec{k}$

**Exemple** : action de contact, en A , exercée par un solide 1 sur un solide 2.

$$\left\{ T_{1/2} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{S}_{1/2} \\ \vec{M}_{A1/2} \end{array} \right\}_A = \left\{ \begin{array}{cc} X_{1/2} & L_{A1/2} \\ Y_{1/2} & M_{A1/2} \\ Z_{1/2} & N_{A1/2} \end{array} \right\}_A$$

Défini en un point donné (A), un torseur cinématique est un système vitesse linéaire - vitesse angulaire constitué de deux grandeurs :

- a) Une vitesse linéaire  $\vec{V}_A$ , fonction du point A choisi.
- b) Une vitesse angulaire  $\vec{\Omega}$ , indépendante du point choisi.

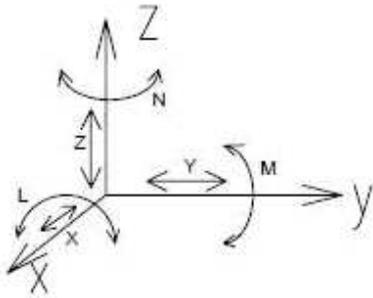
**Notation :** 
$$\left\{ \begin{array}{c} \text{torseur} \\ \text{C en A} \end{array} \right\} = \{T_A\}_A = \left\{ \begin{array}{c} \vec{V} \\ \vec{\Omega} \end{array} \right\}_A = \left\{ \begin{array}{cc} V_X & \Omega_X \\ V_Y & \Omega_Y \\ V_Z & \Omega_Z \end{array} \right\}_A$$
 (x,y,z)

**Exemple** : Mouvement relatif en A , exercée par un solide 1 sur un solide 2.

$$\left\{ T_{1/2} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{V}_{1/2} \\ \vec{\Omega}_{A1/2} \end{array} \right\}_A = \left\{ \begin{array}{cc} V_{X1/2} & \Omega_{XA1/2} \\ V_{Y1/2} & \Omega_{YA1/2} \\ V_{Z1/2} & \Omega_{ZA1/2} \end{array} \right\}_A$$

2 ) Aspect statique ou dynamique de la relation  $S_i / S_j$

La relation sera caractérisée par le torseur d'interefforts  $\{F_{ij}\}_P$  de  $S_i$  sur  $S_j$  exprimé dans un repère  $R$  orthonormé associé de manière privilégiée à la liaison. La liaison est supposée parfaite (sans frottements).



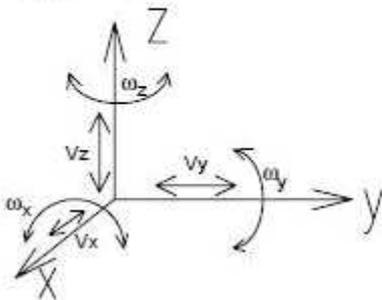
$$\{F_{ij}\}_P = \begin{bmatrix} \vec{R}_{ij} & \vec{M}_{ij}(P) \end{bmatrix}$$

$$\{F_{ij}\}_P = \begin{bmatrix} X & L \\ Y & M \\ Z & N \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \vec{R}_{ij} & \vec{M}_{ij}(P) \end{bmatrix}$$

3 ) Aspect Cinématique de la relation  $S_i / S_j$

La relation sera caractérisée par le torseur cinématique  $\{C_{ij}\}_P$  décrivant le mouvement de  $S_j$  par rapport à  $S_i$ .



$$\{C_{ij}\}_P = \begin{bmatrix} \vec{V}_{ij}(P) & \vec{\Omega}_{ij} \end{bmatrix}$$

$$\{C_{ij}\}_P = \begin{bmatrix} V_x & \omega_x \\ V_y & \omega_y \\ V_z & \omega_z \end{bmatrix}$$

4 ) Synthèse des 2 torseurs

Si  $S_j$  a un mouvement dans (autour d') une direction par rapport à  $S_i$ , on ne peut pas transmettre d'effort (de couple) dans (autour de) cette direction entre les deux solides. Donc il existe un complément à 6 des valeurs nulles et non nulles entre les deux torseurs.

Exemple:

$$\begin{bmatrix} X & 0 & Z \\ 0 & 0 & N \end{bmatrix}_P \begin{matrix} \longrightarrow \\ \longrightarrow \end{matrix} \begin{bmatrix} 0 & V_y & 0 \\ \omega_x & \omega_y & 0 \end{bmatrix}_P$$

Si le nombre de mouvements (translations + rotations) entre les deux solides est  $d$ , le nombre de composants d'interefforts est  $(6-d)$ .  $d$  est le degré de mobilité de la liaison.

D'autre part, le comoment  $\{F_{ij}\}_P \times \{C_{ij}\}_P = \vec{R}_{ij} \cdot \vec{V}_{ij}(P) + \vec{M}_{ij}(P) \cdot \vec{\Omega}_{ij}$  est la puissance  $P$  dissipée dans la liaison. Pour une liaison parfaite sans frottement, cette puissance est nulle.

5 ) Tableau des liaisons élémentaires – Torseurs associés

**2.3. Liaisons simples suivant NF E 04 015**

Liaison	L <sub>ij</sub>	Schéma plan	Perspective	Torseur d'action de contact		Torseur cinématique	
				$\{F_{ij}\}_P = \begin{Bmatrix} \vec{R}_{ij} \\ \vec{M}_{ij}(P) \end{Bmatrix}$	$\{C_{ij}\}_P = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}_{ij} \\ \vec{V}_{ij}(P) \end{Bmatrix}$	$\vec{R}_{ij}$	$\vec{M}_{ij}(P)$
Ponctuelle	1			$\begin{Bmatrix} Rx & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_P$	$\begin{Bmatrix} 0 & \Omega_x \\ Vy & \Omega_y \\ Vz & \Omega_z \end{Bmatrix}_P$		
Linéaire rectiligne	2			$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Ry & 0 \\ 0 & Mz \end{Bmatrix}_P$	$\begin{Bmatrix} Vx & \Omega_x \\ 0 & \Omega_y \\ Vz & 0 \end{Bmatrix}_P$		
Linéaire annulaire <i>Ball and cylinder</i>	2			$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Ry & 0 \\ Rz & 0 \end{Bmatrix}_P$	$\begin{Bmatrix} Vx & \Omega_x \\ 0 & \Omega_y \\ 0 & \Omega_z \end{Bmatrix}_P$		
Plane <i>Planar</i>	3			$\begin{Bmatrix} 0 & Mx \\ Ry & 0 \\ 0 & Mz \end{Bmatrix}_P$	$\begin{Bmatrix} Vx & 0 \\ 0 & \Omega_y \\ Vz & 0 \end{Bmatrix}_P$		
Rotule <i>Spherical</i>	3			$\begin{Bmatrix} Rx & 0 \\ Ry & 0 \\ Rz & 0 \end{Bmatrix}_P$	$\begin{Bmatrix} 0 & \Omega_x \\ 0 & \Omega_y \\ 0 & \Omega_z \end{Bmatrix}_P$		
Sphérique à doigt <i>Spherical with pin</i>	4			$\begin{Bmatrix} Rx & Mx \\ Ry & 0 \\ Rz & 0 \end{Bmatrix}_P$	$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Omega_y \\ 0 & \Omega_z \end{Bmatrix}_P$		
Pivot glissant <i>Cylindrical</i>	4			$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Ry & My \\ Rz & Mz \end{Bmatrix}_P$	$\begin{Bmatrix} Vx & \Omega_x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_P$		
Pivot <i>Revolute</i>	5			$\begin{Bmatrix} Rx & 0 \\ Ry & My \\ Rz & Mz \end{Bmatrix}_P$	$\begin{Bmatrix} 0 & \Omega_x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_P$		
Glissière <i>Prismatique</i>	5			$\begin{Bmatrix} 0 & Mx \\ Ry & My \\ Rz & Mz \end{Bmatrix}_P$	$\begin{Bmatrix} Vx & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_P$		
Glissière Hélicoïdale <i>Helical</i>	5			$\begin{Bmatrix} Rx & 0 \\ Ry & My \\ Rz & Mz \end{Bmatrix}_P$	$\begin{Bmatrix} Vx & \Omega_x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_P$		
Encastrement <i>Fixed</i>	6			$\begin{Bmatrix} Rx & Mx \\ Ry & My \\ Rz & Mz \end{Bmatrix}_P$	$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_P$		

Tableau des liaisons élémentaires – Représentation ( nouvelle norme )

Nom de la liaison	Schéma Plan		Schéma 3D	Nb de ddl	Mouvements possibles		Nb de contacts
					T	R	
Ponctuelle de normale $(A, \vec{x})$							
Linéaire rectiligne d'axe $(A, \vec{x})$ et de normale $(A, \vec{z})$							
Linéaire annulaire d'axe $(A, \vec{x})$							
Appui plan de normale $(A, \vec{z})$							
Rotule de centre A							
Sphérique à doigt d'axe $(A, \vec{x})$							
Pivot glissant d'axe $(A, \vec{x})$							
Pivot d'axe $(A, \vec{x})$							
Glissière d'axe $(A, \vec{x})$							
Glissière hélicoïdale d'axe $(A, \vec{x})$							

Remarque

Si l'on désire travailler dans une base orthonormée directe  $B(i,j,k)$ , on notera le torseur:  
( Dans l'espace )

$$\{ T \} = \underset{A}{\left\{ \begin{array}{c|c} X & L \\ Y & M \\ Z & N \end{array} \right\}} \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{R} = X \vec{i} + Y \vec{j} + Z \vec{k} \\ \vec{M}_A = L \vec{i} + M \vec{j} + N \vec{k} \end{array} \right.$$

↑  
(B)

Toujours préciser la base de projection

Si l'on désire travailler dans une base orthonormée directe  $B(i,j)$ , on utilisera les  
composantes : ( Dans le plan )

$$\{ T \} = \underset{A}{\left\{ \begin{array}{c|c} X & L \\ Y & M \\ Z & N \end{array} \right\}} \quad (B)$$

On a donc les modélisations d'action suivantes en 2D :

Type de la liaison	Schématisation usuelle	Action de contact entre 0 et 1	Exemples
<b>Appui simple (1 inconnue)</b>	<p>variante</p>		
<b>Articulation ou pivot (2 inconnues)</b>			
<b>Glissière (2 inconnues)</b>			
<b>Encastrement (3 inconnues)</b>	<p>variantes</p>		

**III ) Schématisation – Modélisation des mécanismes par schéma cinématique**

L'élaboration d'un schéma cinématique est réalisée généralement en 3 étapes :

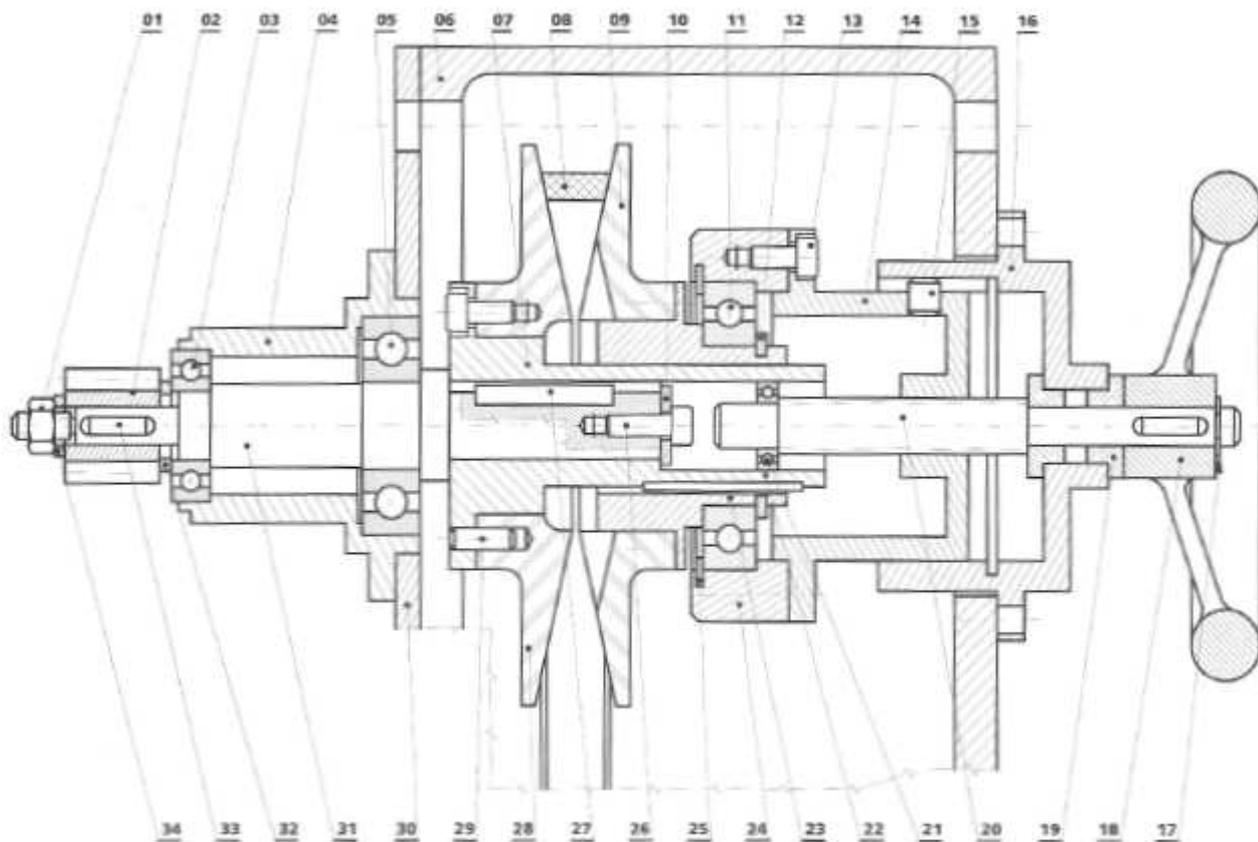
- Détermination des classes d'équivalence
- Tracé du graphe des liaisons
- Tracé du schéma cinématique

**1 ) Tracé du graphe des liaisons**

La marche à suivre pour tracer un graphe de liaisons est la suivante :

- **définir la phase de fonctionnement** étudiée du mécanisme ;
- **regrouper les pièces cinématiquement liées** dans des *classes d'équivalence*. Une classe d'équivalence est un ensemble de pièces n'ayant pas de déplacement relatif entre elles ;
- **déterminer les relations entre les classes d'équivalence**. Les classes d'équivalence sont mobiles entre elles et sont donc reliées par des liaisons mécaniques.

**Application : Dispositif de réglage de poulie**



**Dispositif de réglage de poulie**

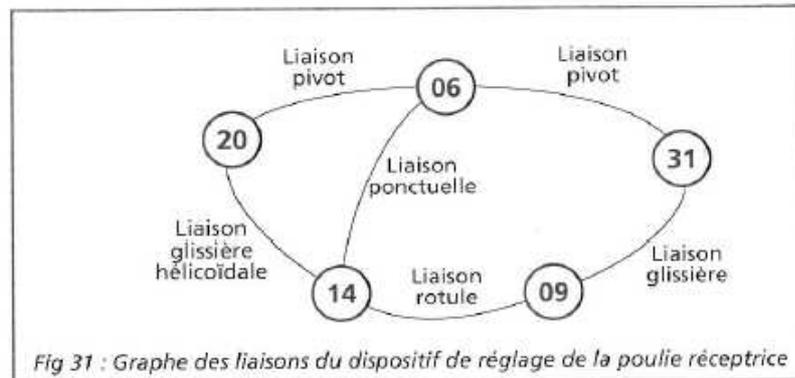
■ **Application sur le dispositif de réglage de la poulie réceptrice (fig. 12)**

- La phase retenue est le réglage axial du plateau 09 par rapport au plateau 28 pendant la transmission du mouvement.
- Les classes d'équivalence sont les suivantes :
  - Bâti : {06 ; 04 ; 16 ; 19 ; 30},
  - Vis : {20 ; 18 ; 17},
  - Écrou : {14 ; 13 ; 15 ; 24 ; 25},
  - Arbre de sortie : {31 ; 34 ; 33 ; 32 ; 29 ; 28 ; 27 ; 26 ; 10 ; 07 ; 02 ; 01}.
- L'analyse du mécanisme donne les relations entre les classes d'équivalence :
  - $\mathcal{L}(20/06)$  : liaison pivot d'axe horizontal,
  - $\mathcal{L}(20/14)$  : liaison glissière hélicoïdale d'axe horizontal,
  - $\mathcal{L}(14/06)$  : liaison ponctuelle orthogonale au plan de projection,
  - $\mathcal{L}(14/09)$  : liaison rotule,
  - $\mathcal{L}(09/31)$  : liaison glissière d'axe horizontal,
  - $\mathcal{L}(31/06)$  : liaison pivot d'axe horizontal.

Le graphe des liaisons traduit les relations entre les classes d'équivalence (fig. 31).

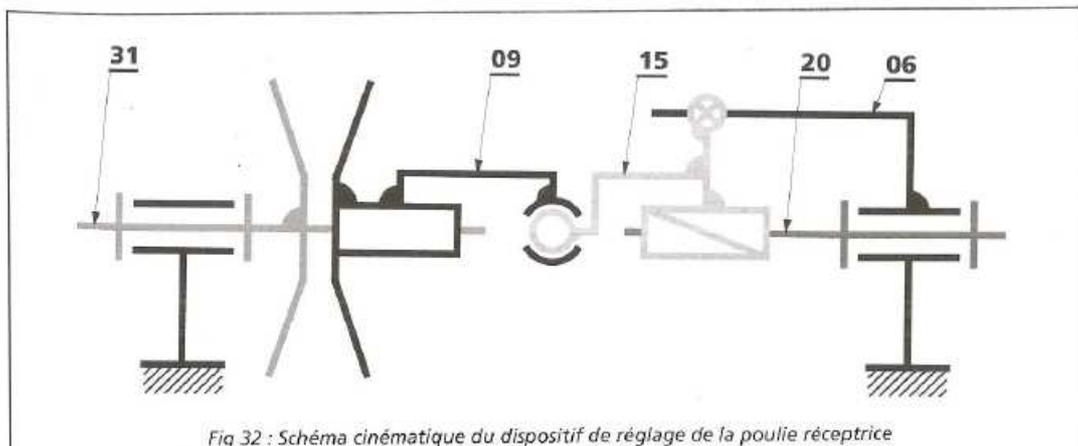
■ **Règles de tracé du graphe des liaisons**

- Les classes d'équivalence sont représentées par des cercles.
- Le numéro de la pièce la plus importante de la classe d'équivalence est placé dans le cercle.
- Des courbes joignant les cercles sont tracées pour définir les liaisons mécaniques.



2) Tracé du schéma cinématique

Le schéma cinématique donne une représentation graphique du fonctionnement du mécanisme. La figure 32 traduit le principe de fonctionnement du dispositif de réglage de la poulie réceptrice.



**Exemples**

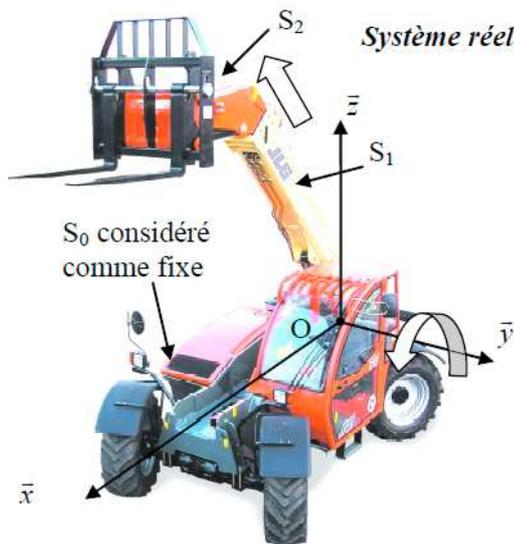
L'ensemble des liaisons dans un mécanisme permet d'établir des relations entre les différents paramètres cinématiques définis précédemment. On distingue deux grandes familles d'agencement des liaisons :

**5.1. Les chaînes cinématiques ouvertes**

Type bras de manipulation

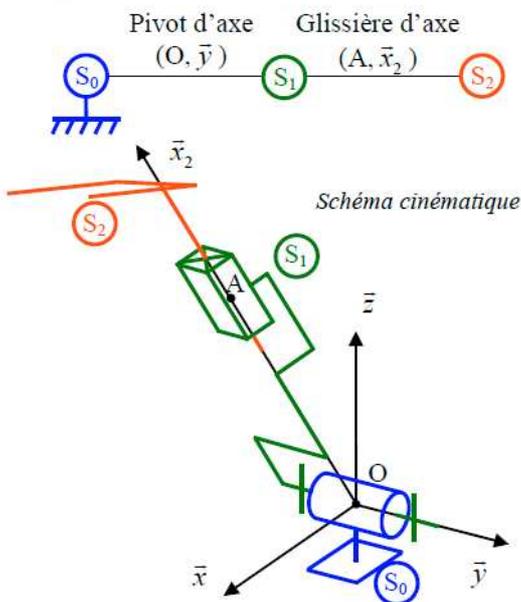
Dans ce cas, la relation demandée concerne souvent un point en bout de chaîne.

*Exemple d'une nacelle élévatrice*



**Modèle**

*Graphe des liaisons*

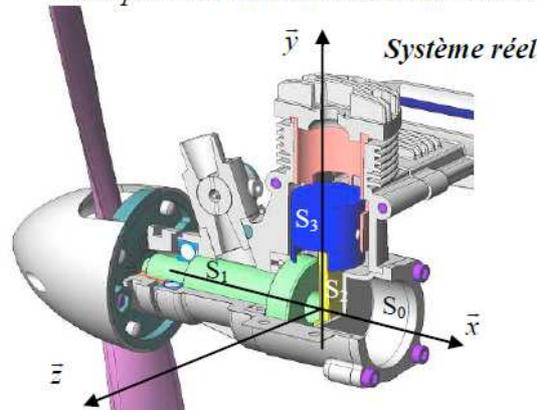


**5.2. Les chaînes cinématiques fermées**

Type mécanismes de transformation de mouvements

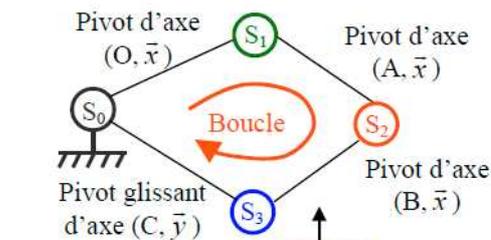
Dans ce cas, la relation demandée concerne souvent la loi d'entrée/sortie du mécanisme.

*Exemple d'un micromoteur de modélisme*

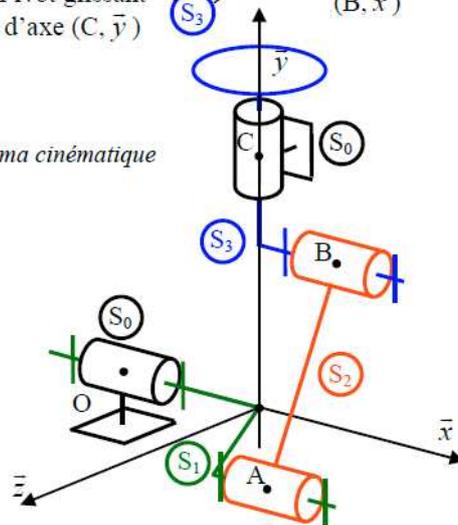


**Modèle**

*Graphe des liaisons*



*Schéma cinématique*



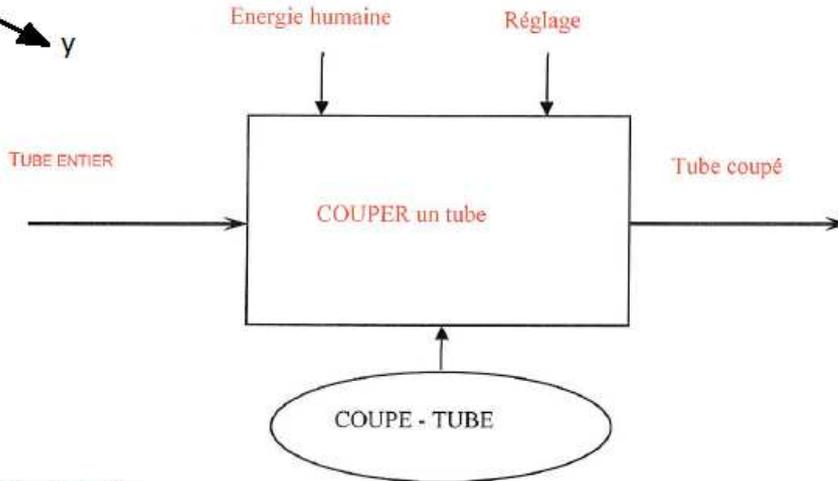
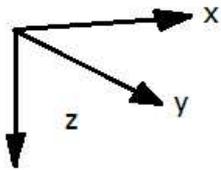
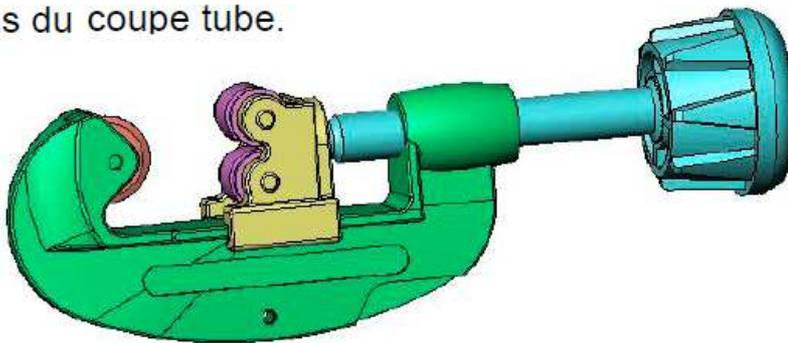
**Exemple**

L'élaboration d'un schéma cinématique est donc réalisée généralement en 3 étapes :

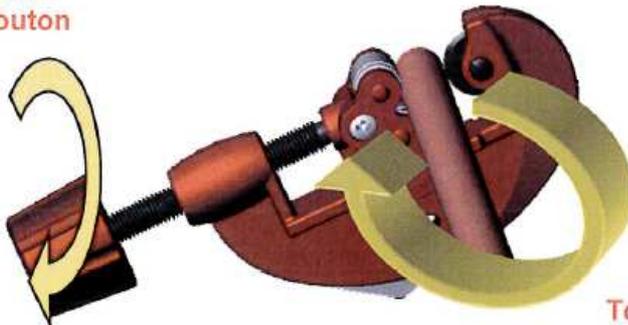
- Détermination des classes d'équivalence
- Tracé du graphe des liaisons
- Tracé du schéma cinématique

LA FONCTION GLOBALE DU SYSTEME.

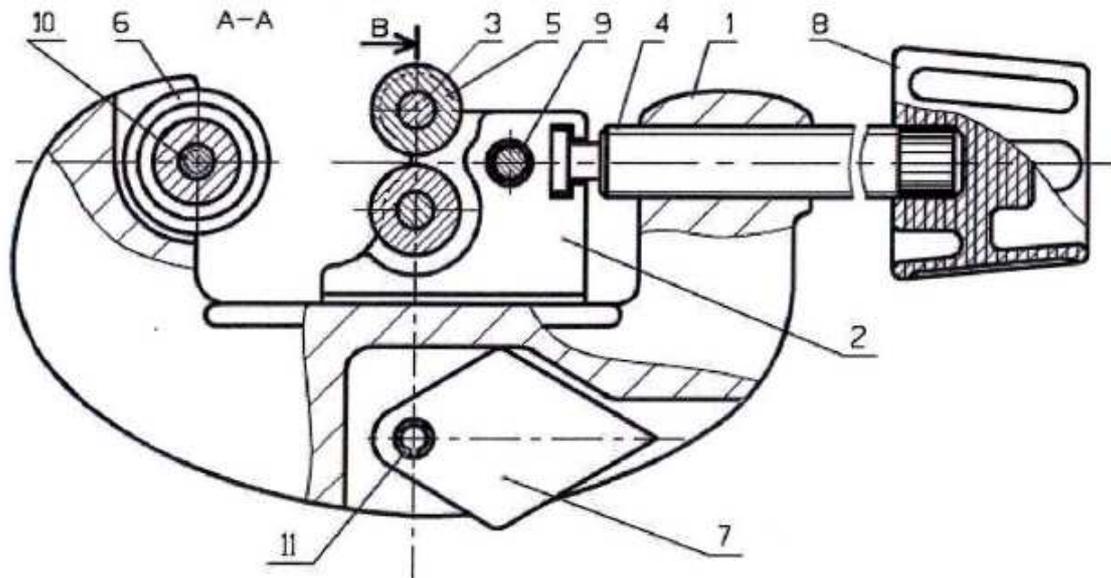
cas du coupe tube.



Faire pénétrer le  
diamant un peu plus  
à chaque tour en  
tournant ce bouton



Tourner le coupe  
tube autour du  
tube à découper

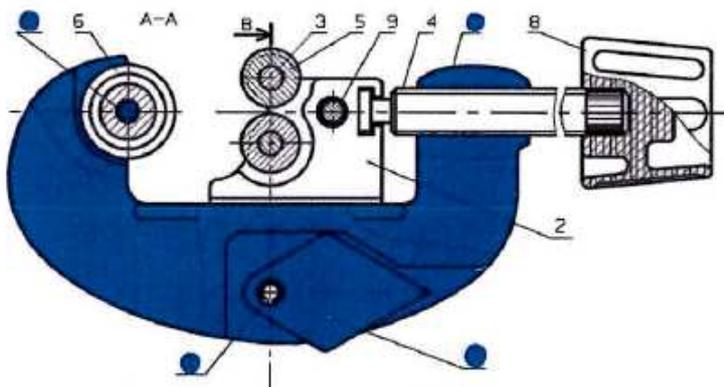


Energie humaine

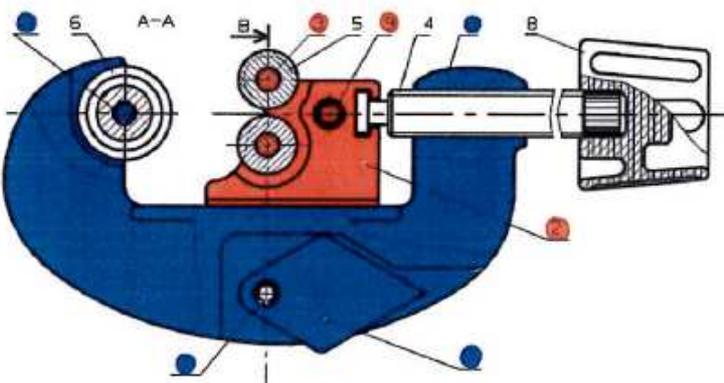
Réglage

➤ Définir les classes d'équivalence :

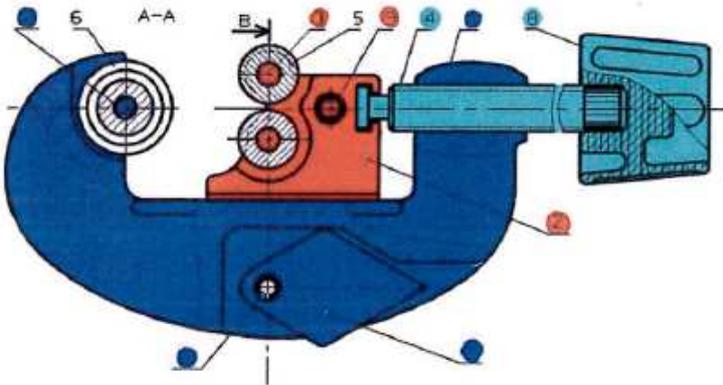
Une **classe d'équivalence** est un groupe de pièces fixes les unes par rapport aux autres (liaison complète ou encastrement).



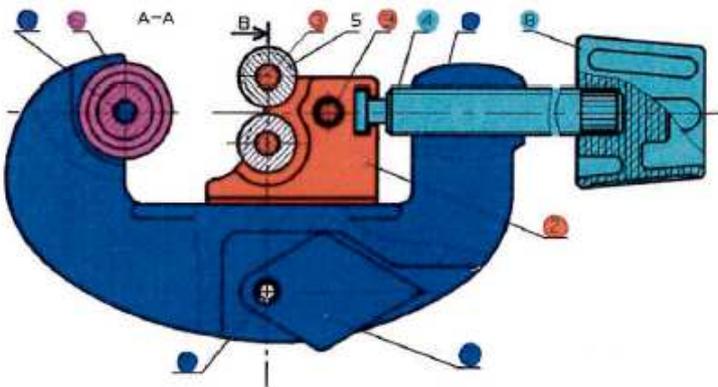
SE 1 = {1 ; 7 ; 10 ; 11}



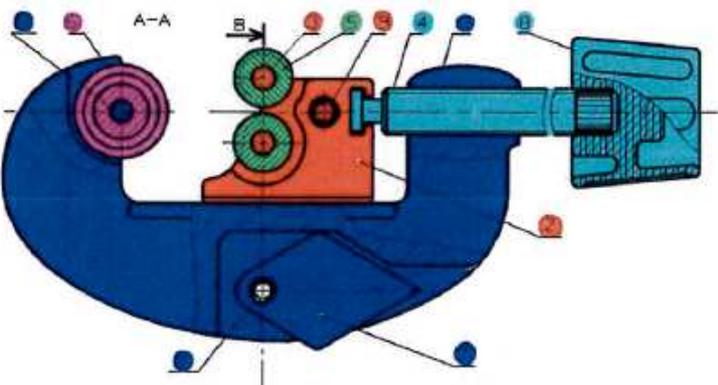
SE 2 = {2 ; 3 ; 9}



SE 3 = {4 ; 8}



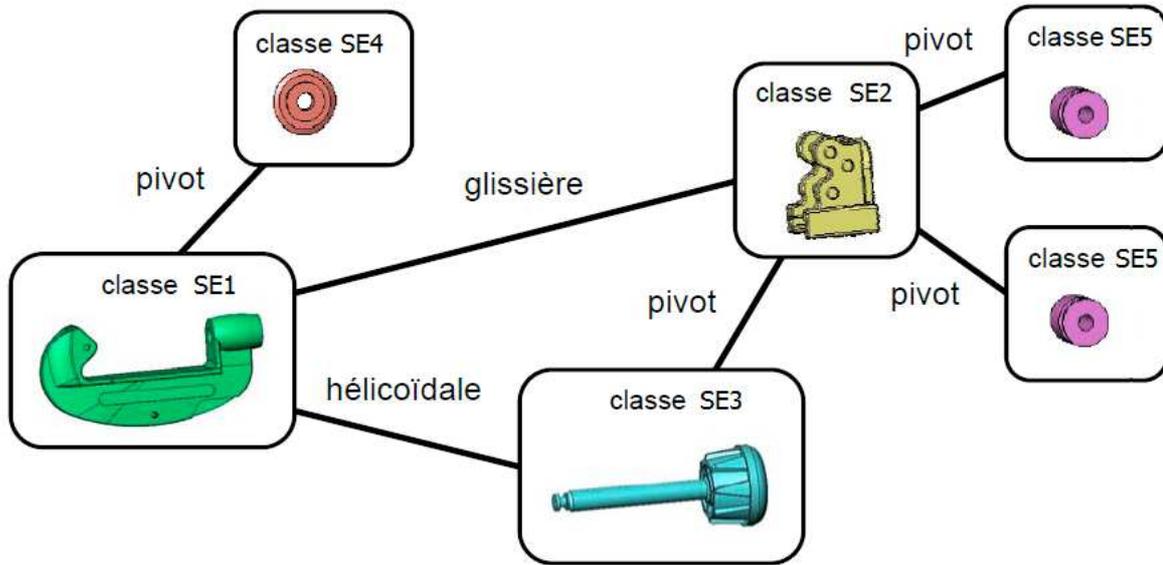
SE 4 = {6}



SE 5 = {9}

➤ Réaliser le graphe des liaisons :

Cet un outil qui nous permet d'inventorier toutes les liaisons entre les différentes classes d'équivalence. Chaque liaison est représentée par segment reliant 2 groupes.

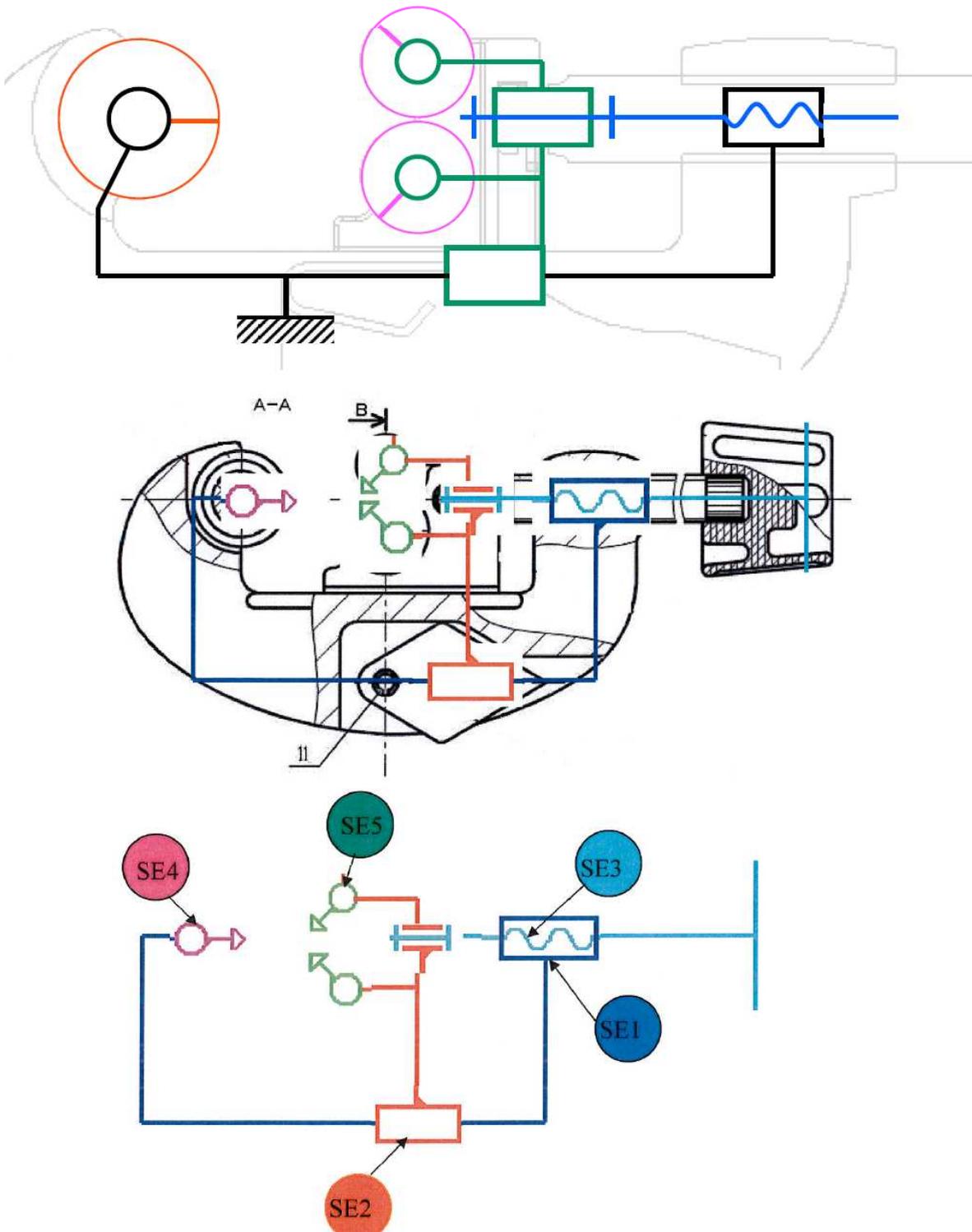


Entre	Et	Degré de liberté	Nb de ddl	Nom de la liaison
SE1	SE2	Tx	1	glissière sur x
SE1	SE4	Ry	1	pivot sur y
SE2	SE3	Rx	1	pivot sur x
SE3	SE1	Tx, Rx (conjugués)	1	hélicoïdale sur x
SE2	SE5	Ry	1	pivot sur y

➤ Etablir le schéma cinématique :

A chaque liaison est associé un symbole normalisé, en fonction du plan de représentation du schéma, il suffit de placer chaque symbole au point de liaison en respectant l'orientation et le contenant/contenu (c'est-à-dire, la pièce située à l'intérieur).

Il suffit alors de relier chaque classe d'équivalence par des segments, en essayant de respecter la forme globale des groupes de pièces.



**Complément : Isostatisme**

1) Préalable

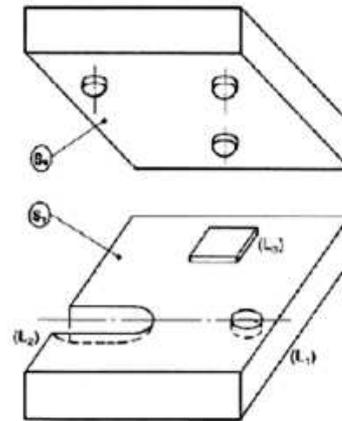
C'est l'ensemble des composants qui concourent à la liaison de la pièce et du porte pièce en permettant l'élimination des degrés de liberté (maximum 6). L'ensemble de ces composants doit permettre une remise en position identique après un nouveau montage pour assurer une bonne précision à l'usinage.

Principe de Kelvin :

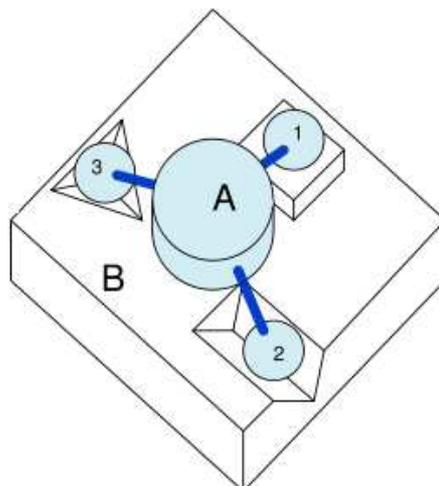
Exemple : positionnement isostatique de Kelvin

Dans ce positionnement, utilisé par exemple pour les tourelles de tour, la liaison isostatique et complète entre les pièces (S1) et (S2) est réalisée par l'association en parallèle des trois liaisons suivantes :

- (L<sub>1</sub>) : liaison ponctuelle.
- (L<sub>2</sub>) : liaison linéique annulaire, dont l'axe passe par le centre de la liaison rotule.
- (L<sub>3</sub>) : liaison ponctuelle, dont la normale est perpendiculaire au plan formé par l'axe de la liaison linéique annulaire et le point de contact de la liaison ponctuelle.



Ceci dit, un mécanisme hyperstatique est souvent plus rigide qu'un mécanisme isostatique (par exemple un arbre monté sur trois paliers), ce qui est aussi un facteur de précision de position d'une pièce par rapport à un autre. Une telle construction est généralement employée pour les mécanismes de transmission d'actions mécaniques.



**Isostatisme** : Un mécanisme est dit **isostatique** lorsque l'ensemble des liaisons mécaniques, entre pièces qui le constituent, interdit de façon **optimale** (sans surabondance) certains degrés de liberté, en vue d'obtenir le ou les mouvement(s) de sortie attendu(s).

**Hyperstatisme** : Un mécanisme est dit **hyperstatique** lorsque l'ensemble des liaisons mécaniques entre pièces qui le constituent interdit de façon **surabondante** certains degrés de liberté, en vue d'obtenir le ou les mouvements de sortie attendus (pour des questions de résistance, de précision, de pièces déformables notamment, pour permettre le fonctionnement dans certains cas de figure,...).

L'assemblage d'un mécanisme

L'assemblage des pièces d'un mécanisme hyperstatique n'est possible que dans les cas suivants :

1. Les surfaces fonctionnelles sont réalisées avec une très grande précision.
2. On accepte des jeux importants.
3. On accepte de déformer les pièces lors du montage.
4. On lutte contre l'hyperstaticité en choisissant des liaisons convenables.

## Mobilité d'une pièce

Dans un assemblage — mécanisme ou structure —, les pièces sont liées entre elles. Une pièce sans aucune liaison peut se déplacer librement dans l'espace ; on décompose le mouvement en translations selon les trois axes de référence du repère,  $x$ ,  $y$ , et  $z$ , et en rotations selon les trois mêmes axes. Une pièce libre peut bouger selon ces 6 mouvements, on dit qu'elle a 6 degrés de mobilité.

Dans le mécanisme ou la structure, la pièce est en contact avec d'autres pièces. Ces contacts vont l'empêcher de bouger, ils vont réduire la mobilité de la pièce. Les contacts entre les pièces sont modélisés par la notion de **liaison**.

Si aucune pièce ne peut bouger, on dit que le système est statique, et l'on distingue deux cas :

- l'isostatisme : les contacts sont juste suffisants pour maintenir l'immobilité ;
- l'hyperstatisme : il y a plus de contacts que nécessaire.

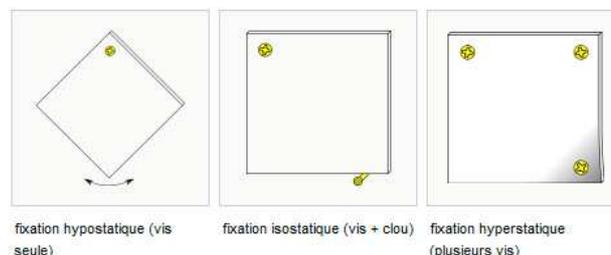
Prenons l'exemple de la stabilité d'une table. On considère le système formé par la table et le sol :

- si la table n'a que deux pieds, elle ne peut pas être stable, elle va pivoter et tomber, le système est instable ;
- si la table a trois pieds non alignés (disposés en triangle), elle est stable ; une table à trois pieds n'est jamais bancale<sup>1</sup> ;
- si la table a quatre pieds, elle est stable si tout est parfait (sol plan, plateau de la table plan et pieds de la même longueur) ; le quatrième pied est une contrainte supplémentaire.

Dans la réalité, rien n'est strictement parfait, la table à quatre pieds risque d'être bancale<sup>2</sup>. Si l'on visse les quatre pieds au sol, le plateau de la table va se déformer pour s'adapter aux défauts, alors qu'avec une table à trois pieds, le plateau ne va pas se déformer.

Prenons maintenant l'exemple d'une plaque fixée à un mur. La plaque est en appui plan sur le mur, ce qui laisse trois degrés de mobilité : les deux translations dans le plan du mur et la rotation dans ce même plan (autour d'un axe perpendiculaire au mur). Si l'on se contente de mettre une seule vis, on ajoute une liaison pivot (on néglige l'adhérence) ; on bloque les translations, mais il reste la rotation, on conserve un degré de mobilité. Pour empêcher la plaque de tourner, on peut planter un clou dans le mur, sous la plaque, qui va constituer un appui ponctuel ; on est alors isostatique.

Si l'on utilise plusieurs vis, on est dans le cas d'un hyperstatisme. En particulier, si le mur n'est pas strictement plan, la plaque va se déformer. Par contre, la fixation sera plus solide : le risque de dégradation accidentelle ou volontaire est réduit.



Pour résumer :

- chaque contact supprime un ou plusieurs degrés de mobilité ;
- supprimer un degré de mobilité en translation revient à fixer la position en  $x$  ou en  $y$  ou en  $z$  de la pièce ;
- supprimer un degré de mobilité en rotation revient à fixer l'orientation de la pièce selon un axe donné,  $x$  ou  $y$  ou  $z$  ;
- si l'on supprime deux fois un degré, on contraint deux fois la position ou l'orientation, et dans le cas réel, les deux contraintes ne sont pas strictement identiques, on a donc soit :
  - une instabilité, la pièce peut prendre deux positions différentes (table bancale), un seul des contacts est réalisé ;
  - une déformation, pour que les deux contacts soient réalisés.

La notion de mobilité d'une pièce est différente de celle de degré de liberté d'une liaison. En effet, le degré de liberté décrit ce qui se passe localement sur une liaison, tandis que la mobilité concerne la pièce. Par exemple, si une plaque est fixée au mur avec deux vis, chaque vis laisse un degré de liberté (liaison pivot), mais pourtant la plaque n'a plus aucune mobilité.

**Isostatisme & Mécanisme**

*Définitions :*

**Isostatisme :** Un mécanisme est dit **isostatique** lorsque l'ensemble des liaisons mécaniques, entre pièces qui le constituent, interdit de façon **optimale** (sans surabondance) certains degrés de liberté, en vue d'obtenir le ou les mouvement(s) de sortie attendu(s).

**Hyperstatisme :** Un mécanisme est dit **hyperstatique** lorsque l'ensemble des liaisons mécaniques entre pièces qui le constituent interdit de façon **surabondante** certains degrés de liberté, en vue d'obtenir le ou les mouvements de sortie attendus (pour des questions de résistance, de précision, de pièces déformables notamment, pour permettre le fonctionnement dans certains cas de figure,...).  
L'assemblage d'un mécanisme hyperstatique suppose alors une précision d'usinage accrue des pièces qui le constituent.

*Calcul du degré d'hyperstatisme*

$$6(n-1) - \sum n_s = d - h$$

avec :

$d = m_u + m_i$  : degré de mobilité.

$m_u$  : nombre de mobilités utiles.  
(mouvements d'ordre général)

En général, un organe de transmission de mouvement possède un degré de mobilité utile : à un mouvement d'entrée correspond un mouvement de sortie.

$m_i$  : nombre de mobilités internes.  
(mouvements parasites)

Dans un mécanisme, une pièce peut avoir une mobilité qui sur le plan du fonctionnement n'a aucune conséquence, mais qui en ce qui concerne la construction du mécanisme est souvent intéressante. Par exemple, une biellette dont les seules liaisons sont des rotules peut tourner sur elle-même sans que sa fonction soit modifiée.

$n_s$  : nombre d'inconnues statiques de chaque liaison.

$n$  : nombre **total** de solides.

$h$  : degré d'hyperstatisme du mécanisme

\* Si  $h = 0$ , le système est **isostatique**

\* Si  $h > 0$ , le système est **hyperstatique** d'ordre  $h$

*Problème posé par un mécanisme hyperstatique*

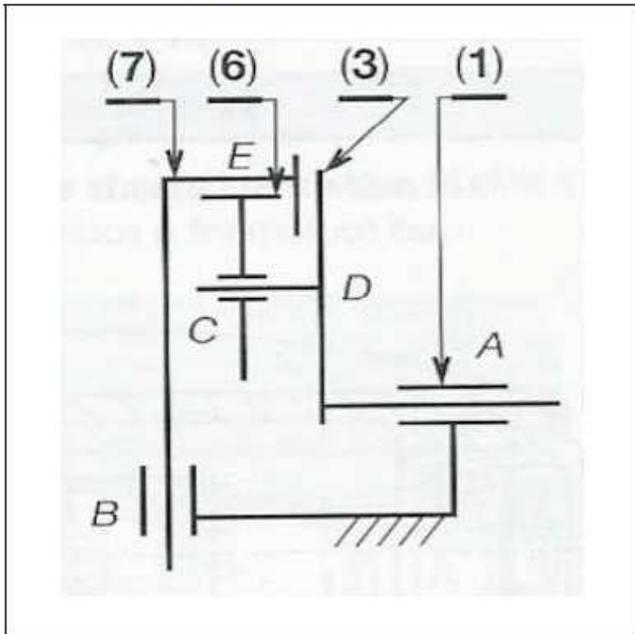
Il se produit des déformations de pièce par apparition de torseurs d'efforts indésirables, ce qui a pour conséquence d'entraîner de l'usure, de réduire le rendement et d'obliger le concepteur à surdimensionner les pièces.

*Solutions technologiques pour rendre le mécanisme isostatique*

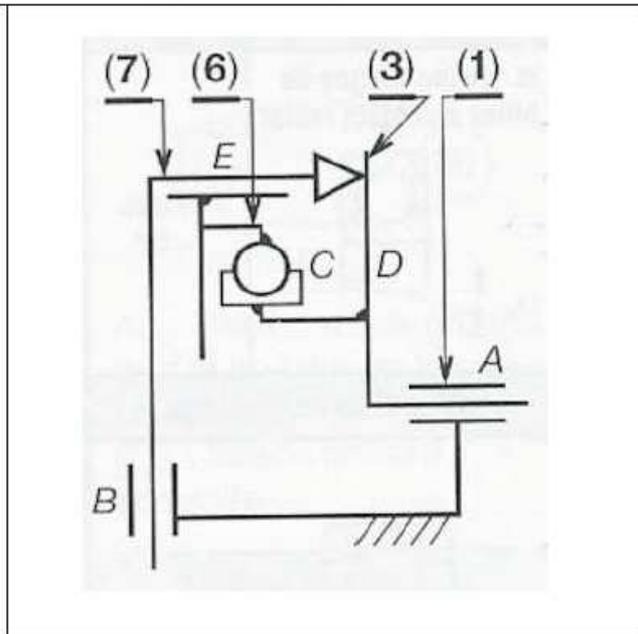
- Usiner précis (tolérances serrées sur la forme et sur la position des surfaces fonctionnelles).
- Introduire des réglages.
- Prévoir une période de rodage importante.
- Introduire des éléments déformables.
- Reconcevoir le mécanisme en apportant de nouveaux degrés de liberté par transformation des liaisons. Cette solution est souvent la meilleure.

*Exemple : Mécanisme*

**SOLUTION 1**



**SOLUTION 2**



Analyse des liaisons :

L1/3 : pivot glissant , donc      ns = 4  
 L1/7 : pivot glissant , donc      ns = 4  
 L6/3 : pivot glissant , donc      ns = 4  
 L3/7 : appui-plan, donc            ns = 3  
 L6/7 : appui-plan, donc            ns = 3  
**NS = 18**

Degré de mobilité utile : mu = 1

Degré de mobilité interne : mi = 1  
 (translation possible de 6 par rapport à 3)

Nombre de pièce : p = 4

Loi globale de mobilité :

$$h = M + NS - 6(p-1)$$

$$= 2 + 18 - (6 \times 3)$$

$$= 2$$

**Le système est hyperstatique de degré 2**

Analyse des liaisons :

L1/3 : pivot glissant , donc      ns = 4  
 L1/7 : pivot glissant , donc      ns = 4  
 L6/3 : linéaire annulaire, donc    ns = 2  
 L3/7 : linéaire rectiligne, donc    ns = 2  
 L6/7 : appui-plan, donc            ns = 3  
**NS = 15**

Degré de mobilité utile : mu = 1

Degré de mobilité interne : mi = 2  
 (translation + rotation possibles de 6 par rapport à 3)

Nombre de pièce : p = 4

Loi globale de mobilité :

$$h = M + NS - 6(p-1)$$

$$= 3 + 15 - (6 \times 3)$$

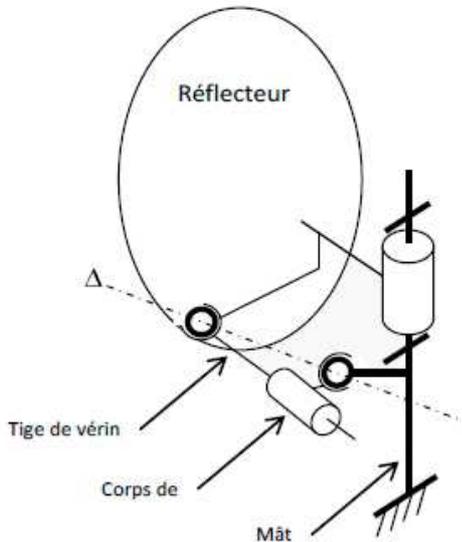
$$= 0$$

**Le système est isostatique**

*Exemple : la parabole à vérin*

Recherche du degré d'hyperstatisme

Schéma cinématique :



Nombre de pièces :

$$n = 4 \text{ donc}$$

Nombre d'équations statiques :

$$Es = 6 (n - 1) = 6 (4 - 1) = 18 \text{ éq.}$$

Nombre d'inconnues statiques :

-1 pivot (réflecteur/mât)	5 inconnues
-1 pivot glissant (tige/corps du vérin)	4 inconnues
-1 rotule (corps du vérin/mât)	3 inconnues
-1 rotule (tige du vérin/réflecteur)	3 inconnues

total des inconnues :  $Is = 15$

Mobilités :

$$m = m_u + m_i = 1 + 2 = 3$$

Donc

$$h = m_u + m_i + Is - 6 (n - 1) = 1 + 2 + 15 - 18 = 0$$

**$h = 0$  : le système est isostatique  
avec un degré de mobilité de 3**

**Mobilité utile :**  $m_u = 1$  = mouvement d'entrée = translation de la tige du vérin / corps du vérin

**Mobilité interne :**  $m_i = 2$

1° mobilité interne : la tige du vérin peut pivoter autour de son axe sans modifier la position du système c'est-à-dire la position du réflecteur (liaison sur la tige : 1 pivot glissant + 1 rotule)

2° mobilité interne : l'ensemble vérin peut pivoter autour de l'axe ( $\Delta$ ) sans faire bouger le système (2 rotules); axe ( $\Delta$ ) = axe passant par les centres des 2 rotules

**Complément : Liaisons composées**

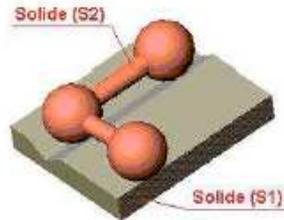
**Introduction :**

La liaison glissière est une liaison composée ; c'est-à-dire qu'elle est la combinaison de 2 ou plusieurs liaisons élémentaires.

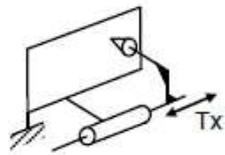
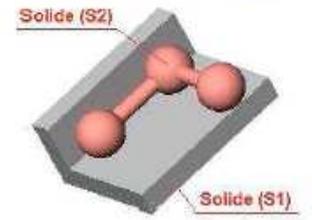
**Symbolisation :**

**Quelques solutions :**

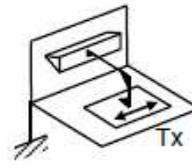
**PIVOT GLISSANT + PONCTUEL**  
(Vé+2spheres) + (Plan+sphere)



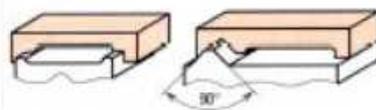
**APPUI PLAN+Lineaire Rectiligne**  
( plan+3points ) + ( plan+2points )



Pivot glissant et ponctuelle

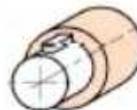


Appui plan et linéaire rectiligne



Plans + Surfaces latérales réduites

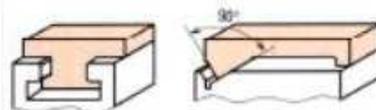
Plan + vé



Clavetage libre

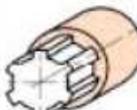


Profil Polygon

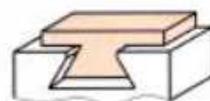


Forme en Té

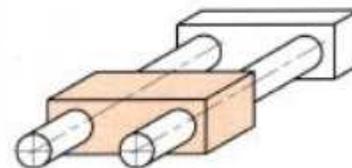
Plan + vé



Arbre cannelé



Queue d'aronde



Guidage par double tige

**① Objectif :**

Décomposer une liaison de base.



**② Mise en situation :**

Un mécanisme est un assemblage de pièces en liaison entre elles.

A cause :

- du phénomène de frottement (on limite les surfaces en contact)
- de l'utilisation d'éléments standards tels que les roulements : a, les douilles : b, les coussinets : c, etc....



-des problèmes d'usinages (cotes avec tolérances trop petites)

il est très souvent nécessaire d'utiliser **la composition de plusieurs liaisons** pour réaliser la véritable liaison voulue.

**③ Principes généraux :**

On additionne les degrés de liberté supprimés pour conclure sur la liaison finalement obtenue

Exemples :


**④ Trouver une ou plusieurs solutions de décomposition d'une liaison de base :**

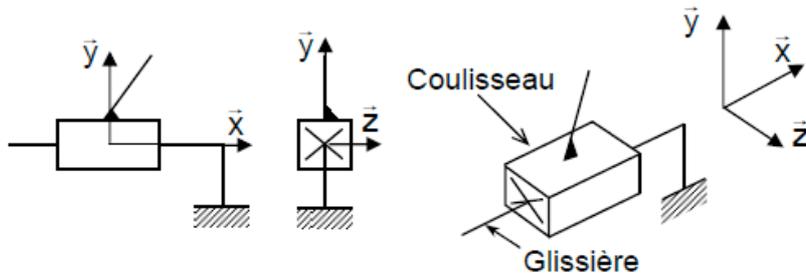
--	--

## Guidage en translation

Le guidage en translation est la solution constructive qui réalise une **liaison glissière** entre deux pièces ou ensembles de pièces. Le seul mouvement relatif possible entre les deux pièces ou ensembles de pièces est une **translation rectiligne**.

Schématisation cinématique normalisée de la liaison glissière

Mouvements relatifs

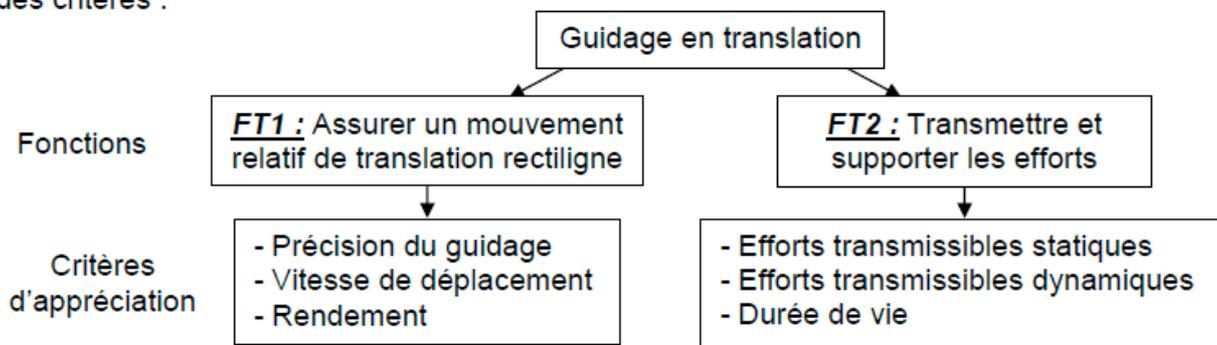


	T	R
x	1	0
y	0	0
z	0	0

La partie mobile est appelée **coulisseau** et la partie fixe (en général liée au bâti) est appelée **glissière** (ou guide).

### I - EXPRESSION FONCTIONNELLE DU BESOIN

Le guidage en translation doit réaliser, en phase d'utilisation, deux fonctions définies par des critères :

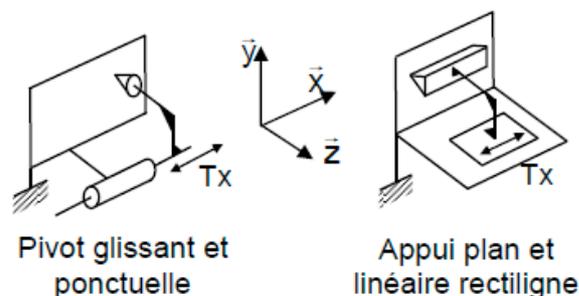


Afin de répondre à la fonctions techniques **FT1 : assurer un mouvement relatif de translation rectiligne** il existe deux principes de solutions :

Ces deux principes sont réalisés par une association de 2 liaisons élémentaires.

Ce sont des guidages « **isostatiques** » :

Ils mettent en œuvre, entre les deux ensembles (glissière et coulisseau), les zones de contact strictement nécessaires et suffisantes, qui conservent un seul degré de liberté en translation : **Tx**.



Dans la réalité pour assurer la fonction **FT2 : Transmettre et supporter les efforts**, il est impossible d'utiliser des contacts ponctuel ou linéique. En effet pour limiter les pressions de contact et donc l'usure, il faut préserver des surfaces d'appui suffisantes.

D'autre part la fabrication de contacts ponctuels et linéiques complique la réalisation du guidage.

On remplacera donc les points et les lignes de contact par des plans de superficie réduite.

**II.2 - Guidage de type prismatique**

**Exemple : Guidage des pinces de la cordeuse**

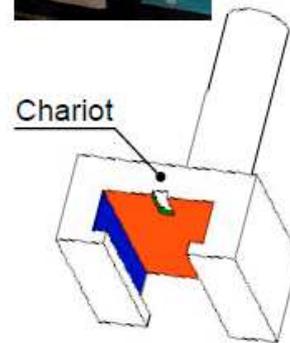
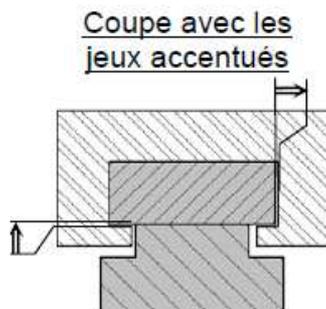
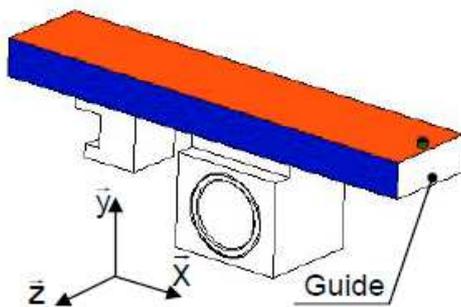


**Surfaces fonctionnelles**

- Positionner suivant  $\vec{y}$
- Positionner suivant  $\vec{z}$
- Limiter la course

*Géométrie des surfaces*

Plan / Plan
Plan / Plan
Cylindre / Cylindre



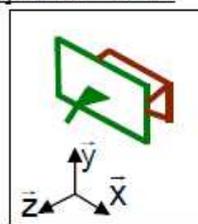
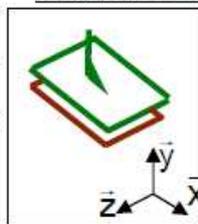
**Définition des liaisons**

**FT1 : positionner suivant  $\vec{y}$**

**FT2 : positionner suivant  $\vec{z}$**

*Schémas cinématiques des liaisons*

Tx	Ty	Tz	Rx	Ry	Rz
1	0	1	0	1	0

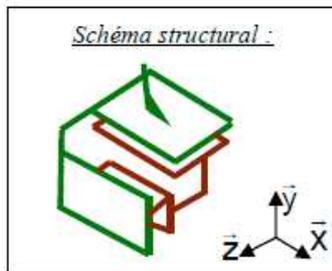


Tx	Ty	Tz	Rx	Ry	Rz
1	1	0	1	0	1

*Nom de la liaison*  
**Linéique rectiligne x**

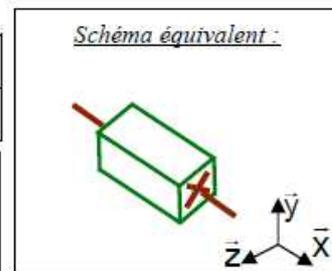
*Nom de la liaison*  
**Appui plan de normale y**

**Guider en translation  
le chariot / guide**

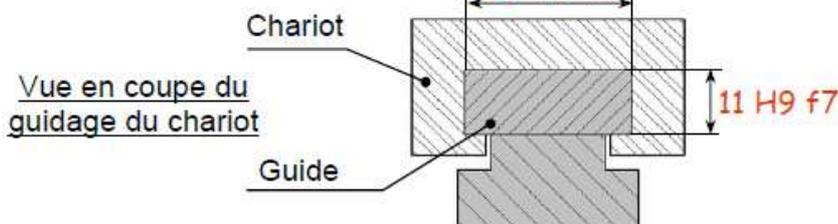


Tx	Ty	Tz	Rx	Ry	Rz
1	0	0	0	0	0

*Nom de la liaison*  
**Glissière d'axe x**



**Conditions fonctionnelles**



**II.3 - Guidage par arbre couissant, double colonne**

**Exemple : Guidage du porte rouleaux de l'étiqueteuse**

**Surfaces fonctionnelles**

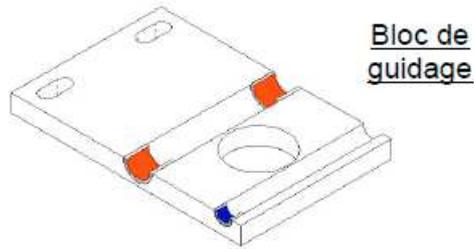
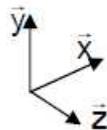
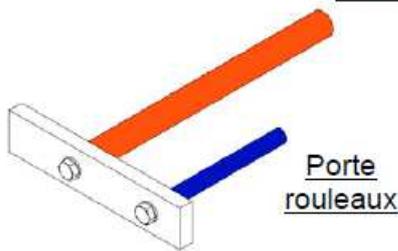
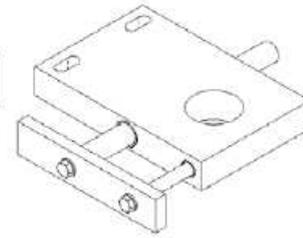
 Positionner radialement

 Arrêter en rotation

*Géométrie des surfaces*

Cylindre / cylindre  $\varnothing 20$

Cylindre / cylindre  $\varnothing 12$



Bloc de guidage

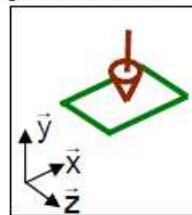
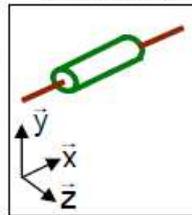
**Définition des liaisons**

**FT1 : positionner radialement**

**FT2 : arrêter en rotation**

*Schémas cinématiques des liaisons*

Tx	Ty	Tz	Rx	Ry	Rz
1	0	0	1	0	0



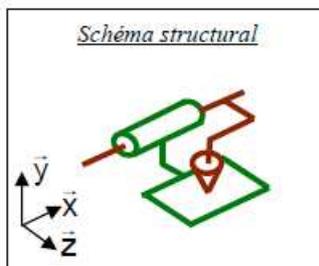
Tx	Ty	Tz	Rx	Ry	Rz
1	0	1	1	1	1

*Nom de la liaison*  
Ponctuelle de normale y

*Nom de la liaison*  
Pivot glissant d'axe x

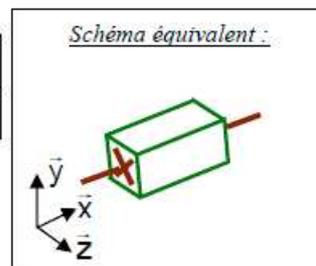


**Guider en translation le porte rouleaux / bloc de guidage**

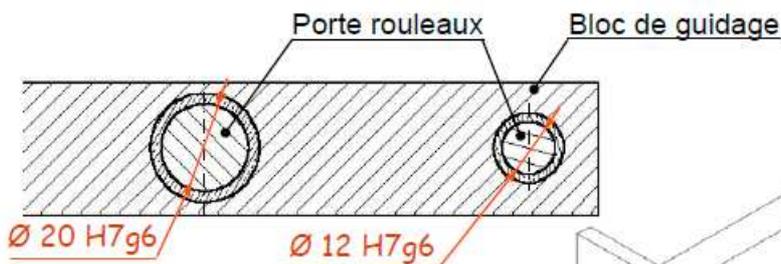


Tx	Ty	Tz	Rx	Ry	Rz
1	0	0	0	0	0

*Nom de la liaison*  
Glissière d'axe x



**Conditions fonctionnelles**



*Vue en coupe du guidage*

